

Nom:
Prénom:
Groupe:

Ingénieurs 1^{ère} année de l'EISTI
Contrôle d'optimisation et programmation linéaire
Durée 1 heure 30
Ordinateur et documents manuscrits autorisés
Rendu sur papier

Exercice 1 : (6 points)

Une usine produit 3 types d'acier. Elle utilise pour cela de la houille et du fer. Le tableau ci-dessous représente les quantités de houille et de fer utilisées pour la fabrication de chacun des aciers A, B, C, ainsi que leur prix de vente

	Acier A (tonnes)	Acier B (tonnes)	Acier C (tonnes)
Fer	4	1	7
Houille	1	4	10
Prix de vente	8k€	8k€	47k€

On sait de plus que l'usine dispose de 20 tonnes de fer et de 30 tonnes de houille.

1. Ecrire ce problème sous forme d'un PL
2. Donner le dual PL* de ce primale
3. Lequel est plus facile à résoudre le primal PL ou le dual PL* et pourquoi?

Le tableau optimal du primal PL obtenu par la méthode du simplexe est la suivante :

y_1	y_2	y_3	t_1	t_2	b_i
5/6	0	1	2/9	-1/18	50/18
-33/18	1	0	-5/9	7/18	10/18
-33/2	0	0	6	1/2	135

4. Donner l'interprétation économique de ce primal et expliquer les valeurs marginales
5. Dédire le tableau optimal du dual PL*
6. Donner la solution optimale de ce dual

Exercice 2 : (6 points)

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 2x_2 \\ -2x_1 + 2x_2 &\leq 7 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 18 \\ -9x_1 + 2x_2 &\geq -36 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{N}$$

La solution du PL relaxé est : $x^*(144/31, 90/31)$ pour $z^* = 612/31$

Résoudre le PL par une méthode de séparation/évaluation. Le choix de la variable de séparation se fera sur le critère de la variable de partie décimale la plus forte

Exercice 3 : résoudre le PL suivant (6 points)

$$\min z = -3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 2x_6$$

$$6x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 8x_5 + 2x_6 \geq 1$$

$$-8x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 4x_5 - 4x_6 \leq 1$$

$$5x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 - x_6 \leq 2$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + 7x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 6$$

$$x_2 \in \{0, 1\}$$

Exercice 4 : formuler le problème décrit ci-dessous (2 points)

- Une société dispose de 1 400 000 € à investir.
- Les experts proposent 4 investissements possibles

	Coût €	Bénéfice €	Rendement
Investissement 1	500 000	1 600 000	3.20
Investissement 2	700 000	2 200 000	3.14
Investissement 3	400 000	1 200 000	3.00
Investissement 4	300 000	800 000	2.67

Formaliser ce problème en donnant les variables de décision, la fonction objectif, les contraintes.

La résolution en nombres entiers donne la solution suivante : $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; $x_3 = 1$, $x_4 = 1$

Que peut-on dire sur cette solution par rapport aux différents investissements