

---

---

*EISTI - DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUES*  
**EXAMEN DE STATISTIQUE INFÉRENTIELLE**

3 novembre 2013 – **DURÉE 3h00**

*La consultation des documents et l'échange des documents et des calculatrices est interdit.*

*L'utilisation des 3 feuilles manuscrites recto-verso, format A4 est autorisée*

- Ne pas détacher les feuilles.
- Utiliser l'espace blanc pour vos réponses et le verso pour brouillon. Si vous avez besoin des feuilles supplémentaires pour brouillon, vous êtes priés de demander aux surveillant(e)s.
- Pensez à indiquer votre nom sur chaque feuille et votre orientation sur la 1ère page

---

---

**NOM**

**ORIENTATION (GSI, MI, SIE)**

**NOTE**

**Les élèves de SIE qui ont suivi le cours avec l'orientation GSI sont priés de noter comme orientation SIE - GSI**

**DÉTAIL**

Exercice 1.	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		
Exercice 2	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	
Exercice 3	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		
Exercice 4	<b>1</b>	<b>2</b>			

---

NOM : .....

**Exercice 1 – Erreur quadratique moyenne**

Soit  $T$  un estimateur pour un paramètre  $\theta$ .

1. Rappeler la définition du biais  $b(T)$  et de l'erreur ou risque quadratique  $R_\theta(T)$ .

2. Quel lien y a-t-il entre  $R_\theta(T)$  et la convergence de cet estimateur ?

---

**NOM :** .....

3. Pourquoi entre deux estimateurs sans biais, doit-on choisir celui qui a la plus petite variance ?



---

NOM : .....

3. Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance soit de moitié moins long ? ( $\sigma$  est toujours supposé égal à 3).

4. On suppose maintenant que  $\mu$  et  $\sigma$  sont inconnus, donner un intervalle de confiance de niveau de confiance 90% pour  $\mu$ .

---

NOM : .....

**Exercice 3 – Test d’hypothèses**

La durée de vie (en heures) des ampoules électriques produites par une usine est une variable aléatoire  $X$  d’écart type  $\sigma = 120$ . Le fabricant annonce qu’en moyenne, les ampoules ont une durée de vie de  $\mu_0 = 1120$  heures.

On veut construire un test pour vérifier l’affirmation du fabricant, au seuil de risque de de 5%, en testant un échantillon de 36 ampoules.

On admet que cette durée ne peut excéder 1120 heures.

1. Définir l’hypothèse nulle ( $H_0$ ) et l’alternative ( $H_1$ ), la forme de la région critique ainsi que les risques de première et de deuxième espèce.

2. Déterminer la région critique (seuil) et énoncer la règle de décision.

---

**NOM :** .....

3. Calculer le risque de deuxième espèce ou expliquer pourquoi vous ne pouvez pas le calculer.

---

NOM : .....

**Exercice 4 – Test d’adéquation**

Le responsable des stocks d’une pharmacie souhaite savoir combien de doses de vaccin il doit tenir en stock. Il relève donc les ventes de ce vaccin sur les 100 derniers jours, supposés représentatifs, à savoir :

Nombre de doses vendues	0	1	2	3	$\geq 4$
Nombre de jours observés	14	27	26	18	15

Notons par  $X$  le nombre de doses de vaccin vendues par jour. On souhaite savoir si les ventes sont distribuées selon une loi, proche de la loi de Poisson, et dont les probabilités sont données dans le tableau suivant :

Nombre de doses vendues	0	1	2	3	$\geq 4$
Probabilité théorique	0,13	0,25	0,28	0,15	0,19

C’est-à-dire que nous voulons savoir si la répartition de  $X$  observée est en concordance avec la répartition théorique donnée par le tableau précédent.

1. Déterminer la répartition théorique pour 100 jours, puis résumer les deux répartitions dans un nouveau tableau.

2. Peut-on affirmer, avec un risque de 5% que les ventes suivent la loi prévue ?