Mathématiques	Corrigé Examen de rattrapage	ING 2
2013 - 2014	Statistiques inférentielles	3 h

Exercice 1.

1. $b(T) = E(T) - \theta$ et $R_\theta(T) = E((T-\theta)^2)$.
2. $\lim_{n\to\infty} R_\theta(T) = 0 \Longleftrightarrow T$ converge en moyenne quadratique vers θ.
3. Dans ce cas, $R_\theta(T) = V(T)$,d'où le résultat.

Exercice 2.

1. Pour μ, on prend $\overline{X_n}$ et pour σ^2, $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X_n})^2$.
2. $\sigma = 3$ est connu, donc $\frac{\overline{X_n}-\mu}{\sigma}\sqrt{n} \sim \mathcal{N}(0,1)$.
   La table de la loi normale donne $z_{0,05} = 1,645$, l'IDC est alors donnée par : $\overline{x_n} \pm z_{0,05}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
   On obtient : $[1,16; 3,02]$.
3. Pour diviser la longueur de l'IDC par 2, il faut multiplier $\sqrt{n}$ par 2, donc multiplier n par 4.
   $n = 100$.
4. Si σ est inconnu, alors $\frac{\overline{X_n}-\mu}{S}\sqrt{n} \sim T_{n-1}$ loi de Student à $(n-1)$ degrés de liberté.
   On prend $s = 3$. La table de la loi de Student donne $t_{0,05} = 1,711$, l'IDC est alors donnée par : $\overline{x_n} \pm t_{0,05}\frac{s}{\sqrt{n}}$.
   On obtient : $[0,82; 3,26]$.

Exercice 3.

1. $(H_0) : \mu = \mu_0 = 1120$ et $(H_1) : \mu < \mu_0$.
   Région critique $W = \{\overline{X_n} < C\}$.
   Risque de première espèce : $\alpha = P_{H_0}(W) = P(W/H_0)$.
   Risque deuxième espèce : $\beta = 1 - P_{H_1}(W) = 1 - P(W/H_1)$.
2. $0,05 = \alpha = P(\overline{X_n} < C) = P(\frac{\overline{X_n}-\mu}{\sigma}\sqrt{n} < \frac{C-\mu}{\sigma}\sqrt{n})$.
   On en déduit : $\frac{C-\mu}{\sigma}\sqrt{n} = -1,645$, puis que $C = 1120 - 1,645\frac{120}{6} = 1087$
3. (H_1) est trop imprécis pour pouvoir calculer β.

Exercice 4.

1. Nombre de jours théorique = $100\times$ probabilité.

Nbre de doses vendues	0	1	2	3	≥ 4
Nbre de jours observés (o_i)	14	27	26	18	15
Nbre de jours théoriques (t_i)	13	25	28	15	19

2. On calcule la distance du khi-2 entre les deux distributions :
   $D = \sum_{i=1}^{5}\frac{(o_i - t_i)^2}{t_i} = \frac{(14-13)^2}{13} + ... = 1,82$
   La table du χ^2_4 à 4 d.d.l donne un seuil de $C = 9,49$.
   $D < C$ donc on ne peut pas rejeter l'hypothès d'adéquation entre la distribution observée et la théorique.