# Statistique
# TP 1

## Exercice 1

On a deux valeurs extrêmes : 55 et 60, ce qui influence la moyenne mais pas la médiane : La médiane est "robuste".

## Exercice 2

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

(1) $$\sum_{i=1}^{n} d_i = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - n\bar{x}$$

$$= n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

(2) $z_i = x_i + y_i \quad 1 \leq i \leq n$

$$\bar{z} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$= \bar{x} + \bar{y}$$

## Exercice 3

$\bar{x}_1 = 1495 \qquad s_1 = 280$

$\bar{x}_2 = 1875 \qquad s_2 = 310$

La dispersion absolue est l'écart-type (déjà donné).
La dispersion relative est l'écart-type divisé par la moyenne : $\frac{s}{\bar{x}}$

$DR_1 = \frac{280}{1495} = 18,72\%$

$DR_2 = \frac{310}{1875} = 16,53\%$

La DR dépend de la moyenne.

## Exercice 4

Distribution des garçons :

| Nombre de garçons | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| Probabilité | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

On remarque que : $P(FFF) = P(GGG) = P(\{G\} \cap \{G\} \cap \{G\})$

$= P(G) \times P(G) \times P(G) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$P(F) = P(G) = 1/2$

$P(\text{"0 garçons"}) = P(FFF) = \frac{1}{8}$

$P(\text{"avoir un garçon"}) = P([GFF] \cup [FGF] \cup [FFG])$

$= \frac{3}{8}$

## Exercice 5

Soit X la v.a. gagner un lot : on a :

$P(X = 5000) = 0,001$

$P(X = 2000) = 0,003$

$E(X) = 5000 \times 0,001 + 2000 \times 0,003 = 11$ €

## Exercice 6

Soit X la v. a.

P("la demande est acceptée" = P(succès) = p

donc X suit une loi Bernoulli.

n hôtes = $S_n = X_1 + \ldots + X_n$

Donc $X \rightsquigarrow B(n;p)$

$P(X=x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$

On cherche à calculer la probabilité

$P(\text{"collision"}) = P(\text{" au moins deux hôtes"})$

$= P(X \geqslant 2) = 1 - P(0) - P(1)$

$= 1 - (1-p)^{n-1}\left[(1-p) - np\right]$

Exercice 8

Distribution du diamètre des vis $X \rightsquigarrow N(10,1)$

écrous $Y \rightsquigarrow N(11;0,5^2)$

Il faut que le diamètre des vis < à celui des écrous

Soit $W = Y - X$ (Il faut que $W > 0$)

Loi de $W$: $E(W) = E(Y) - E(X) = 11 - 10 = 1$

$Var(W) = Var(Y-X) = Var(X) + Var(Y)$

$= 1 + 0,5^2 = 1,25$

$Var(aX) = a^2 Var(X)$

Donc $W \rightsquigarrow N(1;1,25)$

On cherche $P(W>0)$

Soit $Z = \dfrac{W - E(W)}{\sigma_W} \rightarrow N(0,1)$

D'où

$P(W>0) = P\left(\dfrac{W-1}{1,18} > \dfrac{0-1}{1,18}\right) = P\left(Z > \dfrac{-1}{1,18}\right)$

$= P(Z > -0,894) = 1 - F(-0,894)$

$= 1 - (1 - F(0,894)) = F(0,894) = 0,8133$

Exercice 9

Soit $X$ la v : nbre de fruits avariés

$X \rightsquigarrow B(30;0,1)$

(1) $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{x} b(x; 30; 0,1) = 1 - 0,8245$$

(2) Le nbre de refusés par jour suit une loi de Poisson $P(\theta)$ $\theta = 5$

On cherche la proba de refuser au moins 5 sacs

$P(X < 5) = P(X \leq 4) = 0,4405$

$P(X = 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 4) = 0,616 - 0,4405$

$= 0,1695$

(3) $X \sim P(\theta)$

avec $\theta = \lambda m$ = le nbre de réalisations de l'événement A pendant les m unités relatives à l'expérience.

Ici l'unité est une semaine de cinq jours

$$\left.\begin{array}{l} m = 4 \\ \text{et } x = 3 \end{array}\right\} X \sim P(\theta = 12)$$

On veut $P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - P(X \leq 4)$

$= 1, 00076$

$= 0,9924$

Exercice 10

$R(x) = 1 - F(x) = e^{-\left(\frac{x - x_0}{\theta}\right)^b}$

$= e^{-\left(\frac{x}{50}\right)^{2,4}} \geq 0,9$

$-\left(\frac{x}{50}\right)^{2,4} \geq \ln(0,9)$

$\left(\frac{x}{50}\right)^{2,4} \leq \ln\left(\frac{1}{0,9}\right)$

$\Rightarrow x = 50 \left(\ln \frac{1}{0,9}\right)^{\frac{1}{2,4}} = 19,58$ mois