Optimisation non linéaire : Méthodes de Newton et quasi Newton

Exercice 1 : Méthode de Newton de R dans R

Soit une fonction non linéaire à une variable de la forme

$$g(x) = \cos(x) - x^4/4$$

Trouver l'optimum (minimum) de cette fonction on utilisant l'algorithme de newton

$$f(x) = g'(x) = \sin(x) - x^3$$
$$f'(x) = g''(x) = -\cos(x) - 3x^2$$

Comme $\cos(x) \leq 1$ pour tout x et $x^3 > 1$ pour $x > 1$, nous savons que notre zéro se situe entre 0 et 1. Nous essayons une valeur de départ de $\mathbf{x_0} = \mathbf{0{,}5}$.

$$\begin{array}{lllll}
x_1 & = & x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} & = & 0,5 - \frac{\cos(0,5)-0,5^3}{-\sin(0,5)-3\times 0,5^2} & \simeq & 1,112\,141\,637\,1 \\
x_2 & = & x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} & & \vdots & \simeq & 0,909\,672\,693\,736 \\
x_3 & & \vdots & & \vdots & \simeq & 0,866\,263\,818\,209 \\
x_4 & & \vdots & & \vdots & \simeq & 0,865\,477\,135\,298 \\
x_5 & & \vdots & & \vdots & \simeq & 0,865\,474\,033\,111 \\
x_6 & & \vdots & & \vdots & \simeq & 0,865\,474\,033\,101 \\
x_7 & & \vdots & & \vdots & \simeq & 0,865\,474\,033\,102
\end{array}$$

Les 7 premiers chiffres de cette valeur coïncident avec les 7 premiers chiffres du vrai zéro.
Ecrire cet algorithme et retrouver la solution.

Exercice 2 : Méthode de quasi Newton de R^n dans R

Ecrire l'algorithme de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno et l'appliquer à la fonction

$$f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2+x_2^2+x_3^2$$

Pour la recherche linéaire, on utilisera la règle d'Armijo