Chapitre V :
Firme néoclassique : l'analyse de l'offre/production

La production peut être assimilée à l'activité humaine qui aboutit à la création de biens et services destinés à la satisfaction des besoins de l'Homme[1] pris individuellement ou collectivement.

La combinaison des ressources productives correspond aux relations techniques de la production : il s'agit du *dosage* des quantités de *facteurs de production* et de leur mise en commun pour réaliser le maximum de production possible, pour accroître la productivité. Mais les relations de production ne se limitent pas seulement aux relations techniques. Elles comprennent aussi des relations sociales en ce sens que le processus de production est un processus social. En effet, les Hommes se complètent mutuellement dans la société et pour mieux produire, ils se spécialisent dans les diverses productions ou dans les différentes phases de la production. Cette spécialisation se matérialise par la division sociale du travail qui donne naissance à des rapports sociaux de production fondés sur la hiérarchisation sociale. De ces rapports sociaux de production découle la répartition du produit entre les catégories sociales.

Nous allons voir d'abord quels sont les instruments ou les *facteurs de production* puis les *possibilités de production*.

1. Les facteurs de production

a- Le facteur naturel :

Il comprend la terre et les ressources naturelles ; c'est-à-dire les ressources du sol et du sous-sol. L'offre totale de terre cultivable ne peut être considérée comme étant inélastique. Elle peut être accrue par l'irrigation et par d'autres formes de régénérations (assolements, engrais...), et peut être réduite fortement et rapidement en négligeant les principes de conservation des sols.

Lorsqu'on examine, dans une vision classique, un certain nombre de parcelles de terre, on constate que leur degré de fertilité n'est pas le même. Néanmoins, la théorie de la production fait l'hypothèse d'*homogénéité* de la terre, c'est-à-dire qu'elle considère que la terre possède la même qualité quelle que soit la localisation !

b- Le facteur travail :

Il correspond au nombre total d'heures de travail consacré à la production. Il s'agit du travail manuel et non manuel (direction, organisation, supervision...), donc un stock de travail différencié. Mais, là aussi, on suppose que le travail est *homogène* ; c'est-à-dire que tous les travailleurs possèdent la même qualification !

c - Le facteur capital :

[1] A chaque fois que le terme Homme (avec un H majuscule) est utilisé, il intègre simultanément et sur un pied d'égalité l'homme et la femme.

Le capital[2] est un facteur de production produit par l'Homme. Il se compose du stock de machines existant, des usines,… etc. Ce capital s'use au cours de la production. Le stock se trouve donc réduit chaque année du montant de l'usure (dépréciation). Cependant, chaque année ce stock sera accru par la production de nouveaux biens de capital. Dans la mesure où les nouveaux équipements sont rarement les mêmes que ceux qu'ils remplacent, la nature du stock de capital d'un pays donné est en constant changement. Mais, comme pour la terre et le travail, on considère que le stock de capital est <u>*homogène*</u> !

2. Les possibilités de production

Une entreprise peut choisir entre la production d'un bien X et la production d'un bien Y. Elle peut les produire tous les deux en les combinant différemment :

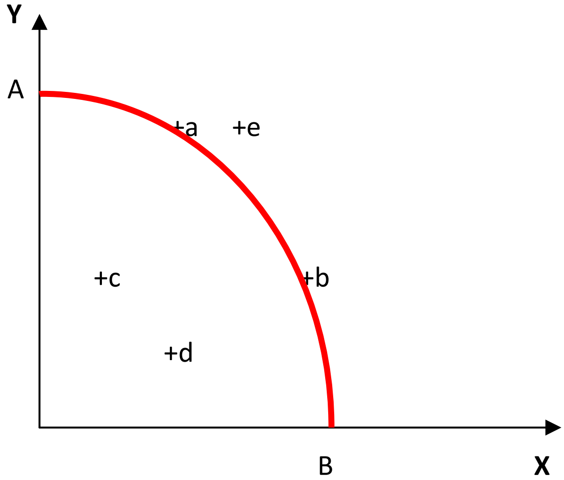


Fig.28 : courbe de possibilités de production

L'entreprise peut choisir la production de Y et réaliser une quantité A ou combiner XY selon les combinaisons $a, b, c,$ …etc. La *frontière des possibilités de production* sépare les combinaisons accessibles de biens -comme $a, b, c,$ et d - des Combinaisons inaccessibles comme e. Les points situés sur la frontière sont juste accessibles lorsque l'ensemble des ressources de l'entreprise sont employées efficacement.

L'*inaccessibilité* exprime la limitation des ressources de l'entreprise. Quant aux combinaisons qui sont à gauche de la courbe, elles peuvent être réalisées mais sans utiliser l'ensemble des ressources disponibles de l'entreprise.

Cette courbe de possibilités est concave vers le bas (ou par rapport à l'origine) car à mesure que l'on se déplace du haut vers le bas, il faut sacrifier de plus en plus du bien Y pour obtenir une quantité plus importante de X. Par conséquent, le *coût d'opportunité* est croissant à mesure que la quantité de X augmente.

La frontière des possibilités de production peut être assimilée à celle du *plein emploi*.

[2] Dans le langage courant, on assimile souvent l'argent à du capital, mais l'argent en lui-même n'est pas un facteur de production. Il peut être investi dans l'achat d'équipement et dans ce cas il se transforme en facteur de production. Mais, il peut être utilisé également à des fins sans rapport avec le stock de capital (achat de biens immobiliers, loisir...).

On peut définir une frontière des possibilités de production de *sous-emploi*, courbe à l'intérieur de la première courbe (fig. 29,(a)). De même la croissance économique peut déplacer la première courbe vers l'extérieur permettant de réaliser des quantités plus importantes de X et de Y (fig. 29,(b)).

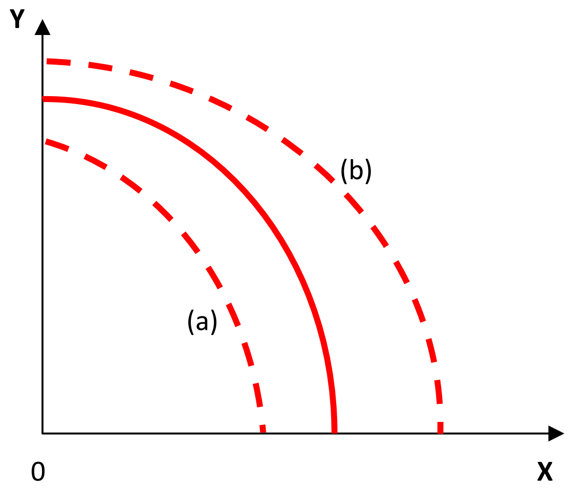


Fig.29 : Déplacement de la courbe de possibilités de production

- *Comment* peut-on combiner les divers facteurs de production pour réaliser un produit ? L'étude de la *fonction de production* qui sera entreprise dans un premier temps répondra à cette question.

- Quelle est la *meilleure combinaison productive* à retenir? C'est le problème de l'*optimum de production* qui sera examiné dans un deuxième temps.

- Enfin, la réalisation du produit nécessite des *coûts* à la charge de l'unité de production. Les *coûts de production* et la *fonction d'offre* feront l'objet d'un traitement approfondi plus loin.

3. Fonction de production

La fonciion de production exprime la relation d'ensemble entre des combinaisons d'inputs technologiquement efficaces et l'output. Les inputs correspondent aux divers facteurs de production utilisés au cours du processus de production pour réaliser un output, c'est-à-dire une production. On peut l'écrire sous sa forme générale :

$$Q = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

Quelles sont les hypothèses sous-tendant la fonction de production? Ces hypothèses sont au nombre de cinq:

1. *L'hypothèse d'homogénéité des facteurs de production*. Tous les facteurs de production sont homogènes : ils ne sont pas différenciés. Les diverses unités de terre sont de même qualité, les diverses unités de travail ont la même qualification et, enfin, les diverses unités de capital sont identiques.

2. *L'hypothèse de divisibilité*: en général les facteurs de production sont indéfiniment divisibles. La divisibilité n'est certes pas vérifiée pour tous les biens, mais, propriété très intéressante, cette hypothèse simplificatrice conduit à l'hypothèse de continuité de la fonction de production.
3. *L'hypothèse d'adaptabilité des facteurs de production*: qui stipule que les facteurs de production s'adaptent à n'importe quel type de production. Ils sont parfaitement *interchangeables*.
4. *L'hypothèse de concurrence pure et parfaite* : signifie l'absence de tout obstacle et de toute entente au niveau de la fixation du prix.
5. Enfin, la *fonction de production est une fonction continue monotone*, admettant des dérivées partielles continues du premier et du deuxième ordre. La continuité se justifie par la simplicité du raisonnement. En effet, dans l'hypothèse de variations continues, on peut affirmer que le prix sera tel que la quantité offerte est égale à la quantité demandée. Pour des variations discontinues, on doit raisonner sur des marges. Ainsi on dira que le prix se situera entre le prix le plus élevé pour lequel la quantité demandée excède la quantité offerte et le prix le plus bas pour lequel la quantité offerte dépasse la quantité demandée. La dérivabilité quant à elle permet de déterminer les extrémums et le sens de variation de la courbe.

Dans ce chapitre, nous allons considérer une fonction de production simplifiée qui ne comporte que deux facteurs de production: le travail et la terre ou le travail et le capital. Nous allons d'abord nous placer dans une situation de *courte période* où l'un des facteurs est fixe, en l'occurrence le capital, puis nous envisagerons la situation de *longue période* où les deux facteurs varient.

a. Production de court terme : les rendements non proportionnels

Supposons qu'un producteur dispose d'une superficie de terre fixe à laquelle il applique des quantités différentes de travail pour réaliser une production quelconque (du blé par exemple). Le rendement du travail peut être donné par l'évolution du produit total réalisé à l'aide de quantités croissantes de travail. Soit:

Unités de travail (L)	Produit total (PT)	Produit Moyen (PM)	Produit marginal (Pm)
0	0	0	5
1	5	5	8
2	13	6,5	10
3	23	7,6	15
4	38	9,5	12
5	50	10	10
6	60	10	8
7	68	9.7	7
8	75	9.3	6
9	81	9	5
10	86	8.6	4
11	90	8.1	

- La production totale (PT) : c'est la quantité totale produite pendant une période de temps à l'aide de tous les facteurs de production utilisés.
- La production moyenne (PM) : c'est la production totale par unité de facteur variable :

$$PM = \frac{PT}{L}$$

- La production marginale (Pm): c'est la variation du produit total due à une variation d'une unité du facteur variable :

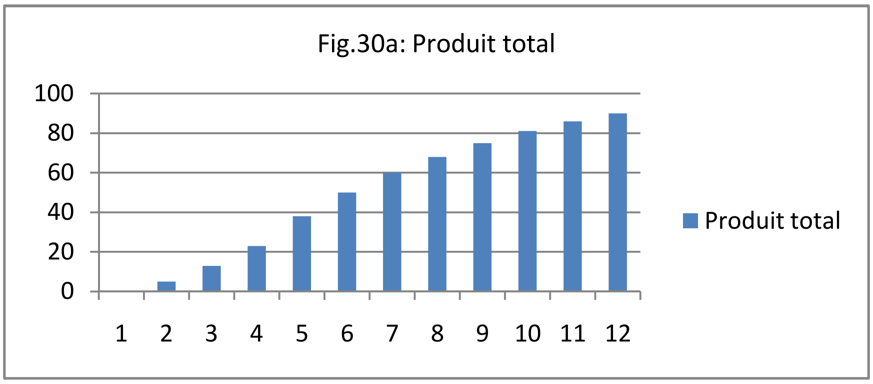
$$Pm = \frac{\Delta PT}{\Delta L}$$

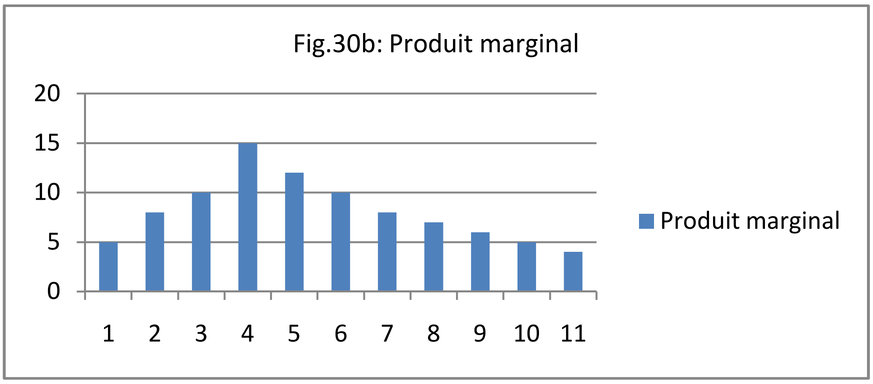
Il s'agit de la productivité marginale physique. La productivité marginale en valeur :

$$\frac{\Delta PT}{\Delta L} \times P$$

Alors que le produit total est évalué en tonnes de blé par exemple, le produit moyen et le produit marginal s'apprécient en tonnes de blé par travailleur.

Graphiquement:





Si les unités de travail son rendues suffisamment petites, on abouti à des courbes à peu près continues.

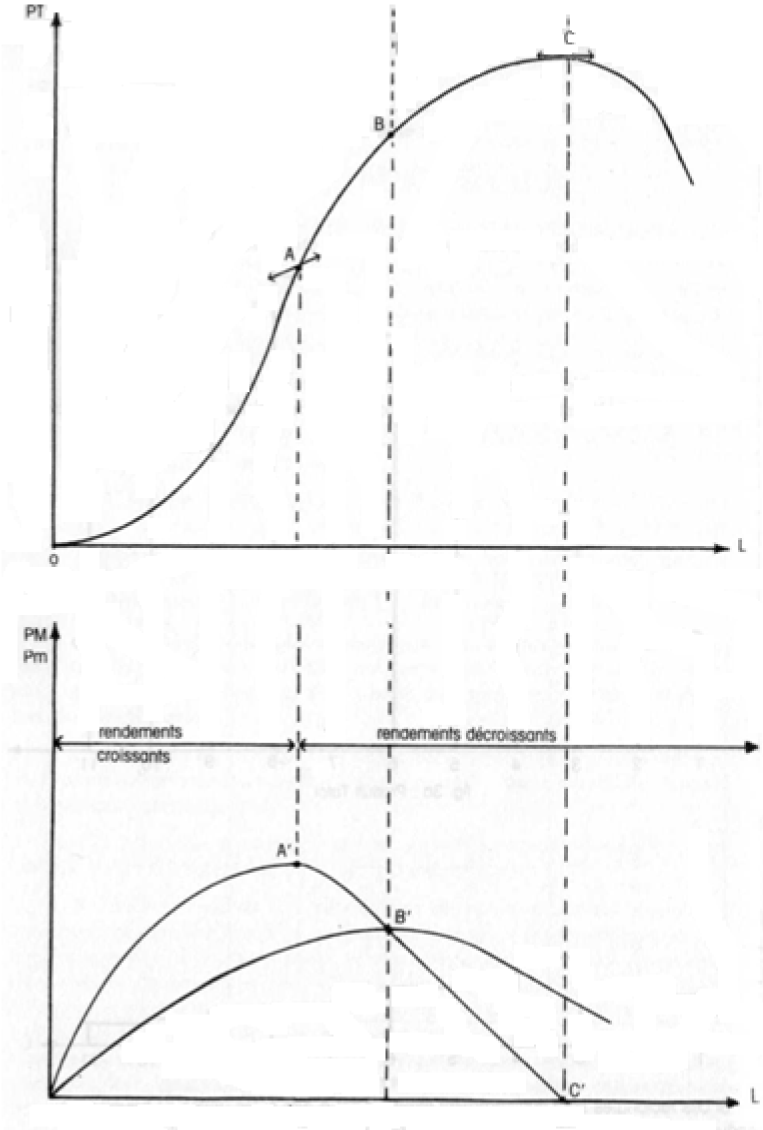


Fig.30c : Courbe de produit total, de productivité moyenne et marginale

Conclusions :

- ***La loi des rendements décroissants.***

Si des quantités croissantes d'un facteur variable sont combinées avec une quantité donnée de facteur fixe, à partir d'un certain moment, la production marginale et la production moyenne du facteur variable finissent par décroître. Donc le produit total augmente à un taux croissant au départ, puis à un taux décroissant et enfin décroît lorsque la productivité marginale devient négative.

- ***La relation entre les courbes marginales et moyennes.***

La courbe de productivité marginale (Pm) coupe la courbe de productivité moyenne (PM) en son maximum (au point B'). La courbe de PM a une pente ascendante tant que la courbe de Pm est située au-dessus d'elle; et le fait que la courbe de Pm soit elle-même croissante ou décroissante ne change rien.

Si on a

$$Q = f(L), \qquad PM = \frac{f(L)}{L} \qquad Pm = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

La condition nécessaire pour que la PM ait un maximum est que sa dérivée par rapport à L soit nulle.

En dérivant et en annulant PM, on obtient -par application de la formule :

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$; avec $u = Q$ et $v = L$

$$\frac{Q'L - Q}{L^2} = 0$$

$$\frac{\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L - Q}{L^2} = 0$$

Si le numérateur est nul, le rapport sera nécessairement nul. D'où la condition de l'annulation est:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)L - Q = 0$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right) = \frac{Q}{L} \quad \rightarrow \quad Pm = PM$$

Le point d'inflexion de la courbe de PT (A sur la figure 30c) correspond au point maximum de la courbe de Pm (A' sur la figure 30c). C'est ce point qui annule la dérivée première de la courbe de Pm ou la dérivée seconde de la courbe de PT: $\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = 0\right)$. Ce point marque le *passage des rendements croissants aux rendements décroissants.*

On peut par ailleurs distinguer trois phases au niveau de la figure 30c précédente :

- *Phase I* : qui commence de l'origine des axes jusqu'au point d'intersection entre les courbes de PM et de Pm (point B'). Le producteur a tout intérêt à produire dans cette phase car en augmentant sa production, il peut réduire ses coûts unitaires et donc accroître son profit total ;
- *Phase II* : qui suit la phase I jusqu'au point où la courbe de PT atteint son maximum (entre les points B et C sur la fig. 30 c). Il s'agit de la phase de production efficiente.
- *Phase III* : qui succède à la phase II (après le point C fig.30 c) le producteur n'a pas intérêt à produire dans cette phase car en réduisant le facteur variable, il peut accroître sa production.

b. Production de long terme : les rendements d'échelle

Ce qui différencie la longue période de la courte période c'est qu'en longue période il n'y a aucun facteur fixe. L'entreprise peut alors faire varier les quantités de travail et de capital utilisées. Elle adoptera soit une technique utilisant une quantité importante de capital et seulement une faible quantité de travail ou inversement une forte quantité de travail et une petite quantité de capital. En effet il existe diverses façons de réaliser une même production. L'entrepreneur choisira celle qui *maximise son profit* ou ce qui revient au même qui *minimise son coût*.

i. Graphique des fonctions de production : les courbes d'iso-produit ou isoquants

Supposons que l'on ait la fonction de production $Q = f(K, L)$ qui n'utilise que deux inputs: le capital K et le travail L. La fonction de production à deux facteurs indique comment on peut obtenir une quantité de produit donné à l'aide de différentes quantités de deux facteurs travail et capital. Chaque couple de quantités formant une combinaison particulière de facteurs.

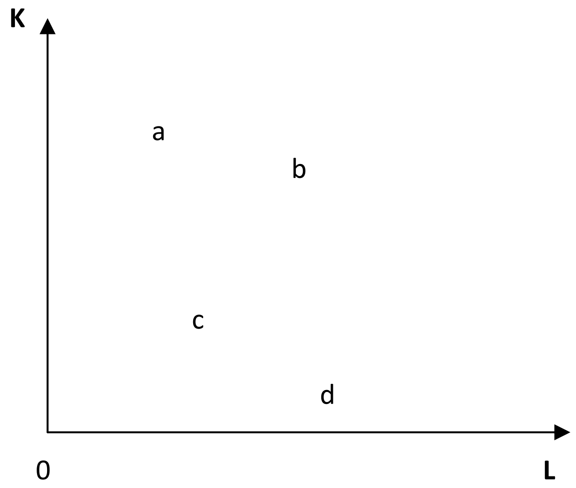


Fig.31 : Combinaisons de facteurs

Si l'on joint toutes les combinaisons qui correspondent à un même niveau de production, on obtient ce qu'on appelle une *courbe d'iso-produit* ou isoquant (Fig.32). En répétant cette opération pour divers niveaux de production, on obtient une *carte d'iso-produits ou d'isoquants*.

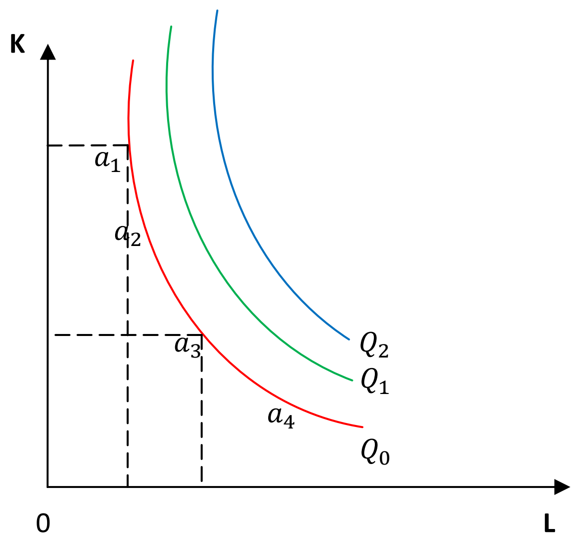
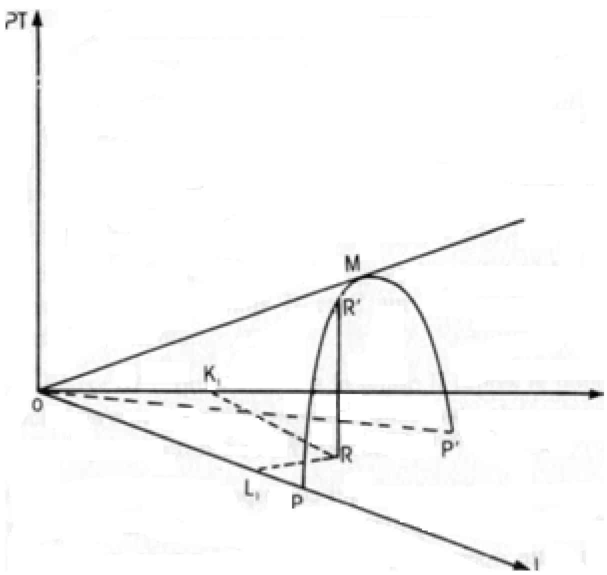


Fig.32 : Courbes d'iso-produit

Si l'on considère la courbe Q_0, on constate qu'en se déplaçant du haut vers le bas, on substitue du travail au capital de telle manière que la production reste la même. En fait ces courbes d'iso-produit correspondent à des surfaces coniques (coupées en deux) lorsque l'on raisonne sur un espace à trois dimensions. On aura un axe représentant les quantités de travail, un axe relatif aux quantités de capital et enfin un dernier axe matérialisant les quantités de produit.



RR' : étant la production permise par la combinaison de ressource R. Le sommet de cette ligne verticale, le point R', est un point de la surface de production.

Fig.33 : Courbe d'iso-produit dans un espace à trois dimensions

Le lieu de tous les points semblables est en gros la surface conique représentée par OPMP'. Mais dans la suite de notre analyse, par souci de clarté, nous nous limiterons aux courbes d'iso-produit dans un espace à deux dimensions.

Remarque :

Sur une carte d'isoquants, on peut définir la «*région économique*» ou "*zone d'efficacité des facteurs*". Dans la région économique, les isoquants ont une pente négative, ce qui implique que les facteurs capital et travail sont substituables. On peut la délimiter par des lignes de crête. Une ligne de crête matérialise tous les points où la productivité marginale d'un des facteurs est nulle. Ainsi tout point situé, dans la figure 34, sur ox_1 correspond à une productivité marginale du capital nulle (sur ox_2 : $Pm_L = 0$).

En dehors de la région économique, l'isoquant a une pente positive. Cela signifie qu'il faut plus des deux facteurs pour maintenir la production à un même niveau. Une telle situation n'est possible que si la productivité marginale de l'un des facteurs est négative ; ce facteur étant sur-utilisé.

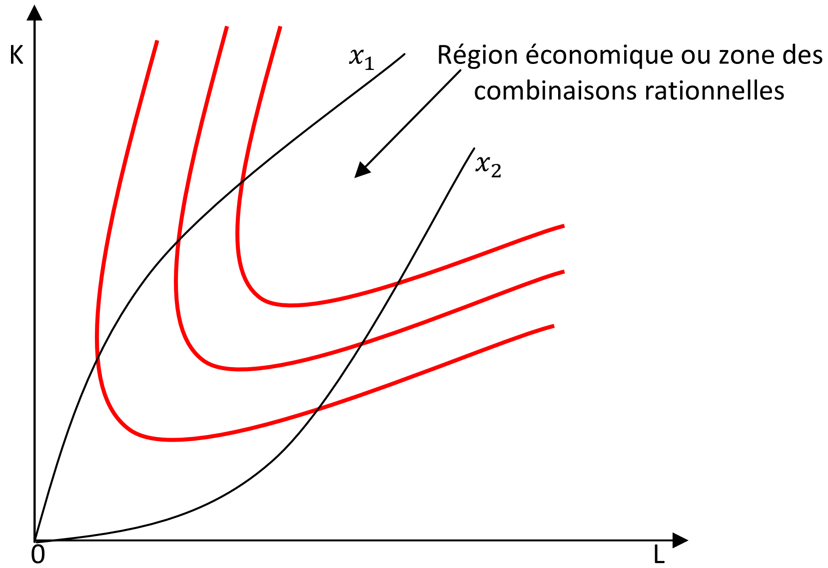


Fig.34 : La région économique

ii. Propriétés des courbes d'iso-produit : le TMST entre facteurs

♣ *Propriétés :*

Ces propriétés sont au nombre de cinq :

1. Les courbes d'iso-produit ont une pente négative ; c'est-à-dire que les courbes sont décroissantes. La décroissance de ces courbes indique que chacun des facteurs a une productivité marginale positive. Si on réduit la quantité d'un facteur, on ne peut réaliser le même niveau de production que si l'on accroît l'autre facteur.
2. Si une courbe d'iso-produit Q_1 se trouve au-dessus d'une autre courbe d'iso-produit Q_0 alors Q_1 correspondra normalement à un niveau de production plus important que Q_0. Ainsi plus le niveau de production sera élevé, plus la courbe d'iso-produit sera éloignée de l'origine.
3. Deux courbes d'iso-produit ne se coupent jamais. Si le cas contraire se produisait, cela signifierait qu'au point d'intersection, la même quantité de tous les facteurs serait requise pour réaliser à la fois une production plus faible (par exemple dix) el une production plus importante (quinze par exemple).

Dans la zone où la courbe d'iso-produit $q = 15$ se trouve en dessous de $q = 10$, il faudrait plus de facteur pour produire 10 unités que pour produire 15. L'une et l'autre de ces possibilités sont à écarter car elles sont technologiquement inefficaces.

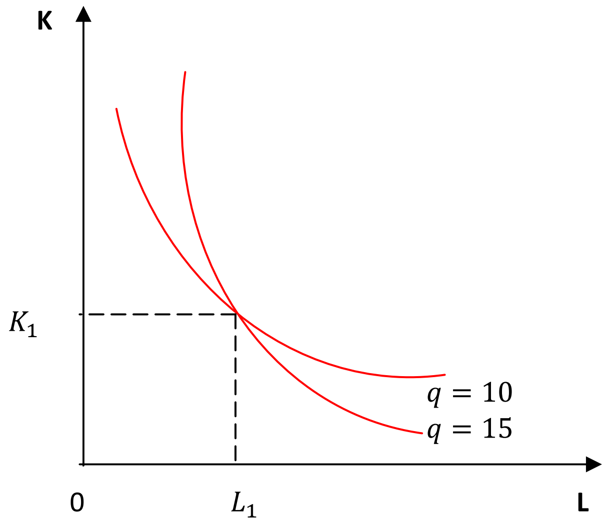


Fig.35 : Intersection d'isoquants

C'est parce que les facteurs ne sont jamais utilisés s'ils n'ont pas une productivité marginale positive, que les courbes d'iso-produit ne peuvent pas se couper (cela ne veut pas dire que ces courbes sont parallèles, elles peuvent se rapprocher les unes des autres sans toutefois se toucher).

4 - Toute combinaison de travail et capital appartient à une courbe d'isoquant (densité des courbes d'isoquant).

5 - Les courbes sont convexes par rapport à l'origine. La convexité des courbes implique que les facteurs sont plus productifs lorsqu'ils sont employés en combinaison avec d'autres facteurs que lorsqu'ils sont utilisés séparément. Plus leur rareté relative sera grande, plus leur productivité sera importante. Prenons un exemple :

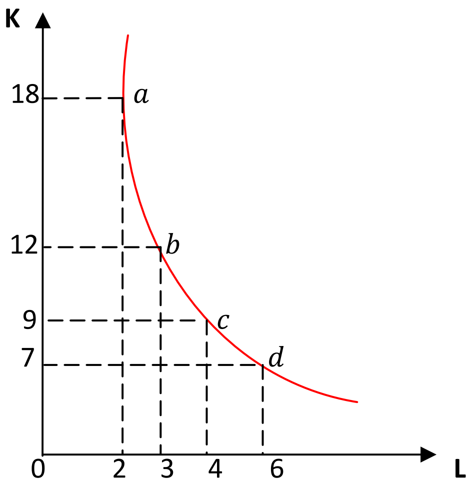


Fig.36 : Courbe d'iso-produit convexe

En partant d'un point a qui utilise relativement peu de travail et beaucoup de capital et en allant vers le point b, une unité supplémentaire de travail peut être substituée à six unités de capital. Mais de b à c, une unité de travail ne se substitue qu'à trois unités de capital. Le capital devient plus rare.

Pour maintenir constante la production en se déplaçant de a vers b, puis vers c et vers d, des quantités de travail de plus en plus importantes doivent être ajoutées pour compenser des diminutions identiques de la quantité de capital. La traduction géométrique de ce phénomène est qu'en se déplaçant le long d'une courbe d'iso-produit, en allant vers la droite, la pente de la courbe devient plus faible.

♣ *Le TMST entre les facteurs :*

Il mesure le taux auquel il faut augmenter un facteur lorsque l'on réduit l'autre facteur pour réaliser le même niveau de production.

Si on a une fonction de production $f(K, L)$, on calcule la différentielle totale (comme dans la théorie du consommateur) :

$$df(K, L) = \frac{\partial f}{\partial K} dK + \frac{\partial f}{\partial L} dL$$

$$\frac{\partial f}{\partial K} dK = -\frac{\partial f}{\partial L} dL$$

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}}$$

$$TMST_{L/K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{f'_L}{f'_K}$$

$TMST_{L/K}$ exprime le taux auquel une unité de travail peut remplacer une unité de capital.
On peut également calculer $TMST_{K/L}$ mais c'est le premier que l'on calcule d'habitude.
Comme f'_L représente la productivité marginale du travail et f'_K représente la productivité marginale du capital, le $TMST_{L/K}$ correspond au rapport des productivités marginales des facteurs de production.

Remarque *: Cas des facteurs complémentaires*

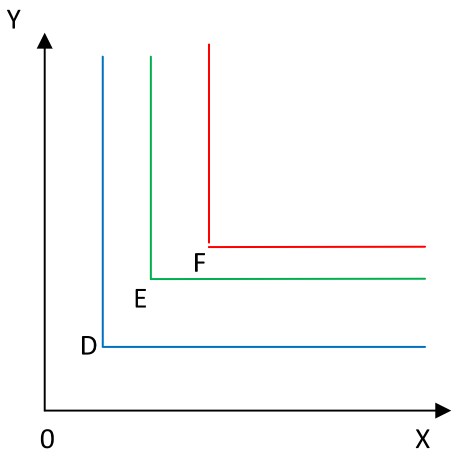


Fig. *37* : Combinaisons de facteurs complémentaires

Pour les facteurs (comme pour les biens complémentaires) le $TMST_{L/K}$ et le $TMST_{K/L}$ doivent être tous les deux nuls.

A côté de ce cas de complémentarité stricte, parfois l’entrepreneur a le choix entre doux méthodes de production correspondant chacune à des coefficients de production fixes, c'est-à-dire que les facteurs de production sont utilisés dans des proportions fixes. On parle dans ce cas de "complémentarité non stricte".

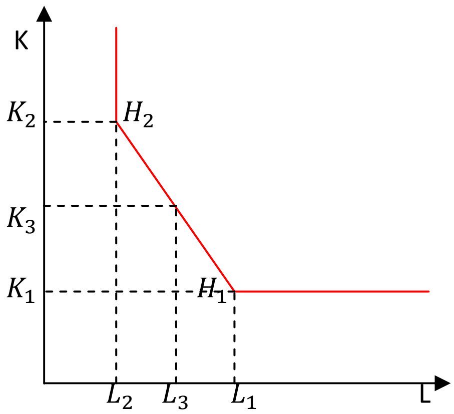


Fig. 38a : Complémentarité non stricte - coefficients de production fixes

Le producteur va choisir la combinaison productive en fonction de ses disponibilités en facteurs L et K : il choisira H_1 s'il dispose davantage de L que de K et inversement. Tout point situé entre H_1 et H_2 constitue une combinaison possible des deux processus de production. Au delà de ces deux points la rigidité du processus est vérifiée.

On peut aussi citer le cas de complémentarité non stricte avec multiplicité des processus productifs. Il s'agit d'une courbe comportant plusieurs segments :

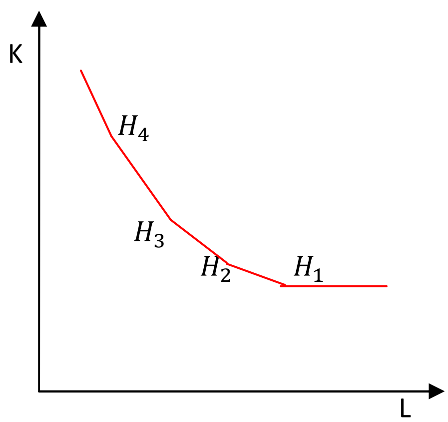


Fig. 38b : Complémentarité non stricte - coefficients de production fixes

H_1, H_2, H_3et H_4 représentent les combinaisons techniques efficaces. Au delà de H_1 - H_4, la courbe devient parallèle aux axes (rigidité des processus de production).

Une telle courbe se rapproche dans une certaine mesure des courbes d'isoquants continus examinées auparavant. L'utilisation des courbes continues présente l'avantage de la simplicité de l'analyse : on atteint un rapport capital -travail souhaité à l'aide d'un seul processus de production. A l'inverse dans le cas de fonctions de production à proportions fixes une combinaison de facteurs conduit à utiliser deux processus de production.

iii. Les rendements d'échelle

a)- Définition :

Lorsque l'on multiplie les quantités de tous les facteurs de production par un multiple entier m, la production se trouve multipliée par un multiple m' :

- Si $m' = m$, les rendements sont constants à l'échelle.
- Si $m' > m$, les rendements sont croissants à l'échelle.
- Si $m' < m$, les rendements sont décroissants à l'échelle.

b)- Illustration par les fonctions homogènes :

Une fonction $Q = f(K, L)$ est homogène de degré k, lorsque pour tout nombre réel positif m, si on multiplie tous les facteurs de production par m, la production est multipliée par m^k :

$$f(mK, mL) = m^k f(K, L)$$

Exemple.

$$Q = K^2 + 4KL + 3L^2$$

$$f(mK, mL) = m^2k^2 + 4m^2KL + 3m^2L^2$$

$$= m^2 f(K, L)$$

$k = 2$, c'est donc une fonction homogène de degré 2.

- Lorsque $k = 1$, c'est-à-dire que la fonction est homogène de degré 1, les rendements sont dits constants à l'échelle. En effet si l'on augmente de façon proportionnelle les quantités employées des deux facteurs K et L, on obtient un accroissement de production également proportionnel.

Les fonctions de production homogènes de degré un sont appelées *Cobb-Douglas* du nom des économistes américains Cobb et Douglas qui les ont utilisées pour la première fois vers 1930. Elles se présentent comme suit :

$$Q = bL^\alpha K^\beta$$

où b est un paramètre constant qui dépend des unités employées pour mesurer le produit, le travail et le capital ; α et β étant des paramètres positifs représentant respectivement les élasticités de la production par rapport au travail et au capital et qui indiquent par conséquent de quelle façon la production réagit aux variations des quantités de travail et de capital mises en œuvre ;

avec $\alpha + \beta = 1 \quad ou \quad \beta = 1 - \alpha$

$$Q = bL^\alpha K^{\alpha - 1}$$

- Lorsque $k > 1$, c'est-à-dire que la fonction de production est de degré deux ou trois par exemple, les rendements sont croissants à l'échelle puisque les quantités de facteurs utilisées étant multipliées par m, le volume de produit obtenu est multiplié par m^2 ou m^3.

- Lorsque $k < 1$, c'est-à-dire que la fonction de production est de degré zéro par exemple, les rendements sont décroissants à l'échelle puisqu'en multipliant les quantités de facteurs par m, on obtient une production inchangée.

c)- Incidence économique, en particulier dans le cas d'une fonction de production homogène de degré un :

Dans le cas d'une fonction de production homogène de degré un, on peut démontrer que la somme des rémunérations des facteurs selon leurs productivités marginales coïncide exactement avec le produit. C'est ce que nous appelons la *règle de l'épuisement du produit*. Pour cela, on se réfère au

Théorème d'Euler (qui fut lui un mathématicien) qui dit qu'une fonction $x = f(a,b)$ est homogène de degré k si, et seulement si, ses dérivées partielles $f_a'(a,b)$ et $f_b'(a,b)$ vérifient l'équation :

$$af_a'(a,b) + bf_b'(a,b) = kf(a,b).$$

Exemple :

$$Q = K^2 + 4KL + 3L^2$$

Les dérivées partielles sont :

$$f_k'(K,L) = 2K + 4L$$

$$f_L'(K,L) = 4K + 6L$$

D'où :

$$\begin{aligned} kf_k'(K,L) + Lf_L'(K,L) &= K(2K + 4L) + L(4K + 6L) \\ &= 2K^2 + 4KL + 4KL + 6L^2 \\ &= 2K^2 + 8\,KL + 6L^2 \\ &= 2\,(K^2 + 4KL + 3L^2) \\ &= 2f(K,L). \end{aligned}$$

Dans une fonction de production Cobb-Douglas de la forme $Q = \sqrt{LK}$, b= 1 ; $\alpha = 0{,}5$; $\beta = 1 - \alpha = 0{,}5$.

En écrivant l'identité d'Euler :

$$kf_k'(K,L) + Lf_L'(K,L) = kf\,(K,L).$$

Si $k = 1$, cela voudrait dire qu'en rémunérant les facteurs de production à leur productivité marginale, la règle de l'épuisement du produit sera vérifiée.

$$f_k'(K,L) = \frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{K}}$$

$$f_L'(K,L) = \frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}-1}.K^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{L}}$$

$$K\left(\frac{1}{2}\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{K}}\right) + L\left(\frac{1}{2}\frac{\sqrt{K}}{\sqrt{L}}\right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{KL} + \sqrt{KL}\right)$$

$$= \frac{1}{2}.2\sqrt{KL}$$

$$= \sqrt{KL}$$

$$\rightarrow \quad k = 1$$

Donc lorsque l'on a une fonction de production homogène de degré un, et que l'on rémunère les facteurs de production selon leur productivité marginale, on épuise le produit.

- Si $k > 1$, il y aura un résidu, car le produit sera supérieur à la somme des rémunérations des facteurs.
- Si $k < 1$, il y aura un déficit, car le produit sera inférieur à la somme des rémunérations des facteurs.

*****Note sur les fonctions de production C.E.S*** (*Constant Elasticity of Substitution*) :

Les fonctions de productions C.E.S sont dues aux économistes américains Arrow, Chenery et Solow. Elles sont de la forme suivante :

$$y = [AL^{-b} + (1-A)K^{-b}]^{-\frac{1}{2}}$$

$0 < A < 1$ est un paramètre de répartition

$b > -1$ est un paramètre de substitution.

Les productivités marginales sont :

$$\frac{\partial y}{\partial L} = A\left(\frac{y}{L}\right)^{1+b} > 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial K} = (1-A)\left(\frac{y}{K}\right)^{1+b} > 0$$

Cette fonction a des rendements constants et des productivités marginales décroissantes. Quant à l'élasticité de substitution, elle est constante :

$$\sigma = \frac{1}{1+b}$$

4. L'équilibre du producteur : le choix de la combinaison productive optimale

L'entreprise cherche principalement à maximiser ses profits. Les profits étant définis comme la différence entre la valeur des ventes de l'entreprise et les coûts qu'elle supporte pour produire ce qui est vendu. La quantité vendue correspond ici exactement à la quantité produite par l'entreprise. Par conséquent, par souci de simplification, on néglige les stocks et les biens en cours de fabrication.

Le profit peut également être défini comme la différence entre la recette et les coûts de l'entreprise. La combinaison productive qui permet de maximiser le profit de l'entreprise c'est également celle qui permet de minimiser les coûts; elle est appelée la combinaison de moindre coût. Pour la déterminer, nous devons connaître les *droites d'isocoût*.

a. Les droites d'isocoût

Lorsque l'entreprise a un budget déterminé, elle peut le répartir entre les divers achats de quantités de facteurs capital et travail. Si on joint toutes les combinaisons alternatives de facteurs qu'elle peut se procurer à l'aide de son budget, on obtient une droite d'isocoût.

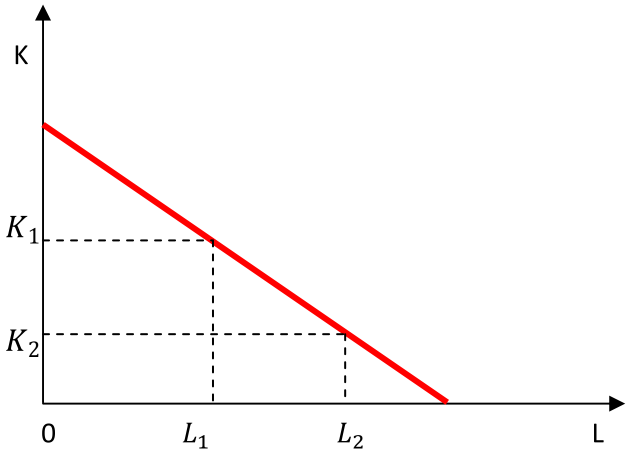


Fig.39 : Droite d'iso-coût

Si l'on trace les droites d'isocoût pour divers budgets, on obtient une *carte d'isocoûts*. La pente de chaque droite d'isocoût correspond (comme pour la droite de budget) au *rapport des prix relatifs des facteurs de production*, c'est-à-dire : $-\frac{P_L}{P_K}$

L'équation de l'isocoût se présente comme suit :

$$C = P_L L + P_K K$$

D'où :

$$K = -\frac{P_L}{P_K} L + \frac{C}{P_K}$$

b. L'égalisation des produits marginaux des facteurs pondérés par leurs prix

Si l'on réunit les cartes d'isoquants et d'isocoûts, on détermine la *combinaison optimale au point de tangence entre un isoquant et un isocoût*. En ce point, la pente de l'isoquant est égale à la pente de l'isocoût.

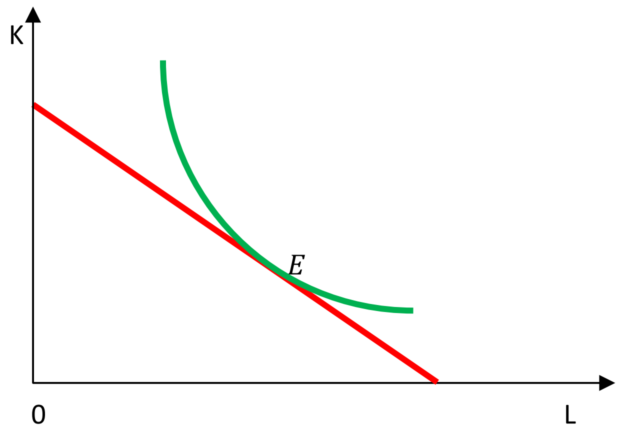


Fig.40 : Equilibre du producteur

Au point E on a :

$$TMST_{L/K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{f'_L}{f'_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

$$\frac{f'_L}{f'_K} = \frac{P_L}{P_K} \quad \text{ou} \quad \frac{f'_L}{P_L} = \frac{f'_K}{P_K}$$

Au point d'équilibre de l'entreprise les *produits marginaux pondérés par leurs prix sont égaux*. C'est la condition d'optimum. Cette combinaison maximise le profit de l'entreprise ou ce qui revient au même minimise ses coûts.

La signification de cette solution de tangence est que l'isoquant représente la capacité technique à substituer du travail à du capital dans la production, et la droite d'isocoût représente la capacité à substituer du travail à du capital sur le marché.

c. La courbe d'échelle, sentier d'expansion ou eutope

On peut déterminer les combinaisons optimales des divers isoquants qui correspondent aux points de tangence entre les isoquants et les isocoûts. Si l'on joint tous ces points d'équilibre on obtient le sentir d'expansion qui indique la manière la moins coûteuse de réaliser chaque niveau d'output.

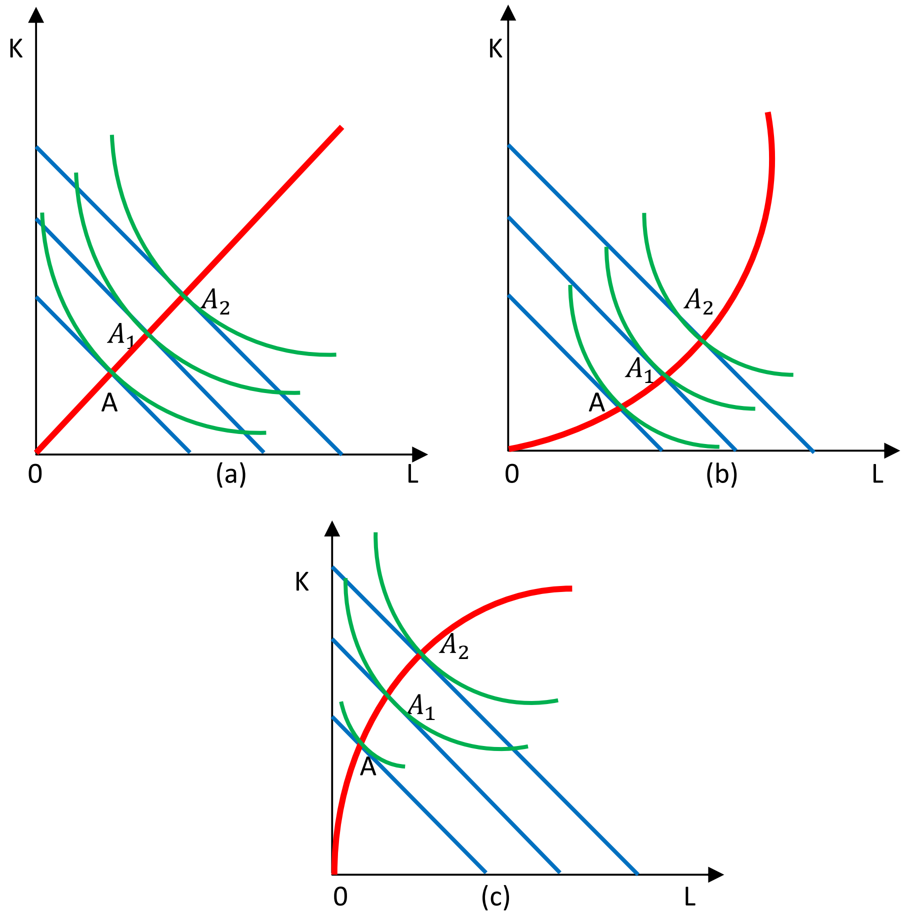


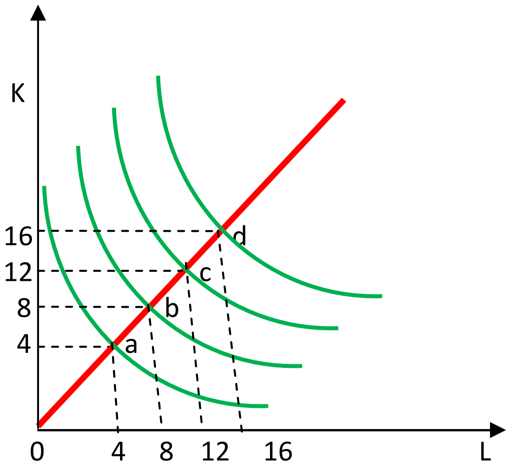
Fig.40 : Le sentier d'expansion

- Sur le graphique (a), le sentier d'expansion est une droite issue de l'origine (c'est un rayon ou isocline). La caractéristique est que la proportion de L par rapport à K est partout la même. Ceci se produit pour la fonction Cobb-Douglas et pour d'autres fonctions homogènes.

- Sur le graphique (b), le sentier d'expansion montre que la proportion de facteurs la meilleure varie lorsque la production croît, le travail étant accru relativement au capital. Le travail est substitué au capital.

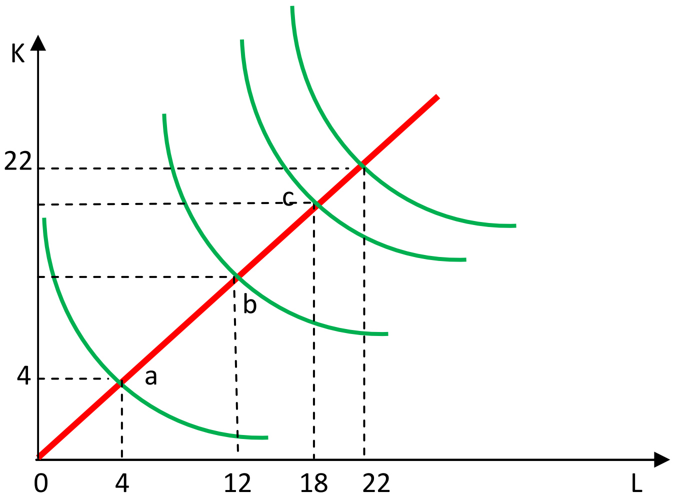
- Sur le graphique (c), c'est la situation inverse, en ce sens que le capital est substitué au travail.

Le sentier d'expansion permet de voir graphiquement si les rendements sont constants, croissants ou décroissants à l'échelle :



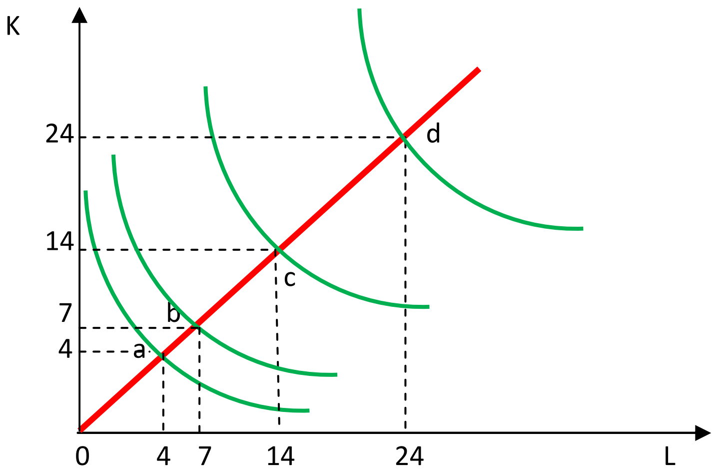
Les accroissements de la production et des facteurs (qui augmentent dans le même rapport) sont proportionnels ($ab = bc = cd$)

Fig. 41.a : Rendements constants à l'échelle



La production augmente plus que proportionnellement à l'accroissement de tous les facteurs dans un même rapport ($ab > bc > cd$)

Fig. 41.b: Rendements croissants à l'échelle



La production augmente moins que proportionnellement à l'accroissement des facteurs de production dans un même rapport (ab $< bc < cd$).

Fig. 41.c: Rendements décroissants à l'échelle

- *Le sentier d'expansion à long et à court terme :*

Si on a une fonction de production homogène à deux facteurs variables $f(K, L)$, le sentier d'expansion est une droite issue de l'origine OS (Fig.42). Les deux facteurs étant variables, on est donc dans une situation de long terme avec les points A, B, C, D… exprimant les *productions optimales*.

Si l'un des facteurs est fixe, exemple : $K = K_J$. Dans ce cas on se trouve dans une situation de court terme. Le sentier d'expansion est une droite (K_1K_1') parallèle à l'axe horizontal (Fig.42).

Le point C, point d'intersection des deux sentiers d'expansion de court et de long terme matérialise *<u>la combinaison de facteurs permettant de réaliser un niveau de production pour un même coût à court et à long terme</u>*. En dehors de ce point, le coût à court terme sera plus élevé qu'à long terme pour une même quantité de production car les isoquants coupent un isocoût plus élevé.

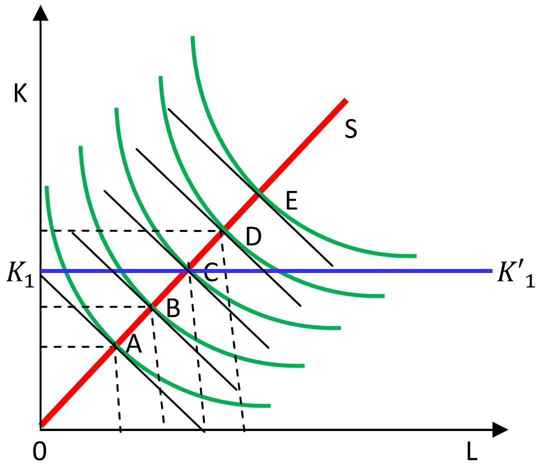


Fig.42: Sentier d'expansion à long et court terme

- Illustration :

Supposons que l'on ait une fonction de production $Q = KL^2$ et une équation d'isocoût $C = 50L + 20K$.

- **Méthode directe**

On peut soit avoir la valeur de Q et dans ce cas on cherche la valeur de C ; soit avoir la valeur de C et il faut chercher celle de Q.

- ✓ Premier cas : Si l'on connaît la valeur de $Q = 100^2$

On peut écrire $Q = 100^2 = KL^2$

Nous savons qu' à l'équilibre : $TMST_{L/K} = \frac{f_L'}{f_K'} = \frac{P_L}{P_K}$

A partir de là, on exprime L en terme de K (ou K en terme de L). On aura alors :

$$\frac{2K}{L} = 2{,}5 \qquad K = 1{,}25L$$

Ensuite on introduit la valeur de K dans la fonction de production :

$$1{,}25L.L^2 = 10.000$$
$$L^3 = 8000$$
$$L = 20$$
$$K.20^2 = 100^2$$
$$K = 25$$

La valeur de l'isocoût minimal:

$$50\,x\,20 \;+\; 20\,x\,25 \;=\; 1\,500.$$

✓ Deuxième cas: Si l'on connaît la valeur de C: $C = 1500$.

On exprime L en terme de K (ou K en terme de L) en effectuant l'égalisation :

$$TMST_{L/K} = \frac{f_L'}{f_K'} = \frac{2.L_K}{L^2} = \frac{2.K}{L} = 2.5$$

$$\frac{P_L}{P_K} = 2.5 \qquad K = 1{,}25L$$

Ayant la valeur de K, on l'introduit dans l'équation d'isocoût :

$$50L \;+\; 20 \times 1{,}25\,L = \;1500$$
$$50L \;+\; 25\,L = \;1500$$
$$75\,L \;=\; 1500$$
$$L = 20$$

Il ne reste plus qu'à déduire la valeur de K :

$$K \;=\; 25$$

La valeur de la production.

$$25\,x\,20^2 \;=\; 100^2.$$

Méthode de Lagrange

En introduisant λ ,le Lagrangien se présente comme suit:

$$£(K, L, X\,) \;=\; KL^2 \;+\; \lambda(1500 \;-\; 20K \;-\; 50L)$$

Pour maximiser £, il faut annuler les dérivées partielles :

$$\frac{\partial £}{\partial K} = L^2 - 20\boldsymbol{\lambda}$$

$$\frac{\partial £}{\partial L} = 2KL - 50\boldsymbol{\lambda}$$

$$2KL - 2{,}5L^2 = 0$$

$$\frac{\partial £}{\partial \lambda} = 1500 - 20K - 50L = 0$$

$$2KL - 2{,}5L^2 = 0 \quad \rightarrow \qquad K = 1{,}25L$$

En substituant dans C : $L = 20$

$K = 25$

Calcul de **λ** : $L^2 - 20\lambda = 0 \qquad \lambda = 20$

λ mesure la *productivité marginale d'une unité monétaire supplémentaire*.

C'est la valeur dont s'accroît la production si le budget de l'entreprise augmente de 1 €.

En effet, si le budget de l'entreprise passe à 1501€ :

$$20K + 50L = 1501$$

$$20 \; x \; 1{,}25L + 50L = 1501$$

$$L_1 = 20{,}013$$

$$K_1 = 25{,}017$$

$$Q_1 = K_1 L_1^2 = 10.020$$

$$Q_1 - Q = 20$$

d. L'élasticité par rapport à l'échelle et les élasticités partielles

L'élasticité par rapport à l'échelle mesure la sensibilité de la production aux variations relatives des quantités de facteurs :

$\epsilon_E = \frac{\%\Delta Q}{\%\Delta E}$; E portant sur l'ensemble des facteurs de production.

Ou $\epsilon_E = \frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial E}{E}} = \frac{\partial Q}{\partial E} \times \frac{E}{Q}$

si $\epsilon_E = 1$ → rendements à l'échelle sont constants.

$\epsilon_E > 1$ → rendements à l'échelle croissants

$\epsilon_E < 1$ → rendements à l'échelle décroissants

L'*élasticité d'échelle est égale à la somme des élasticités partielles*. Pour le démontrer, partons de la fonction $Q = f\ (K, L)$ que l'on différencie:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL$$

En multipliant par $\frac{K}{K}$ et par $\frac{L}{L}$ on aura :

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{dK}{K}K + \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{dL}{L}L$$

On divise par Q :

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{dK}{K}\frac{K}{Q} + \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{dL}{L}\frac{L}{Q}$$

En posant : $\frac{dK}{K} = \frac{dL}{L} = \frac{dE}{E}$ on obtient :

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dE}{E}\left(\frac{\partial Q}{\partial K}\frac{K}{Q} + \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{L}{Q}\right)$$

$$\frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dE}{E}} = \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{K}{Q} + \frac{\partial Q}{\partial L}\frac{L}{Q}$$

$$\varepsilon_E = \varepsilon_K + \varepsilon_L$$

$$\varepsilon_E = \frac{Pm_K}{PM_K} + \frac{Pm_L}{PM_L}$$

e. L'élasticité de substitution

Partons d'une situation d'équilibre d'une entreprise, et supposons que le prix d'un facteur de production diminue. Cette situation d'équilibre sera perturbée. Pour rétablir l'équilibre, l'entreprise devra substituer le facteur qui est devenu moins coûteux à l'autre facteur jusqu'au moment où elle retrouve sa position d'équilibre.

L'élasticité de substitution mesure, le long d'un isoquant, le degré de substitution d'un facteur (K) par un autre facteur (L) lorsque les prix relatifs de ces facteurs varient. Elle est donnée par la formule suivante :

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta\left(\frac{L}{K}\right)}{L/K}}{\frac{\Delta\left(\frac{P_L}{P_K}\right)}{P_L/P_K}}$$

Or $\frac{P_L}{P_K}$ représente le $TMST_{L/K}$; σ peut donc s'écrire :

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta\left(\frac{L}{K}\right)}{L/K}}{\frac{\Delta TMST_{L/K}}{TMST_{L/K}}}$$

L'élasticité de substitution est négative, car les variations des prix et des quantités de facteurs se font en sens inverse. Sa valeur absolue varie de 0 à ∞.

- Lorsque les facteurs sont parfaitement complémentaires, $\sigma = 0$ car $\frac{L}{K}$ est constant : $\frac{d\left(\frac{L}{K}\right)}{L/K} = 0$

- Lorsque les facteurs sont parfaitement substituables, $\sigma = \infty$ car $TMST$ est constant : $d(TMST) = 0$;

- Pour la fonction de production Cobb-Douglas, $\sigma = 1$.

Par ailleurs, plus l'élasticité de substitution est élevée, plus le rapport $\frac{L}{K}$ est sensible à un changement des prix relatifs des facteurs. Cela signifie que la substituabilité entre les facteurs est importante.

Si l'on envisage une élévation relative du salaire (P_L), on peut relever les trois cas suivants :

1 - Si $\sigma > 1$, la quantité de travail baisse plus fortement que la hausse du salaire. Par conséquent la part du salaire global ($P_L . L$) dans le revenu de l'entreprise diminuera.

2 - Si $\sigma < 1$, la baisse de la quantité de travail est relativement moins forte que la hausse du salaire. Dans ce cas, la part du salaire global dans le revenu de l'entreprise augmentera.

3 - Si $\sigma = 1$, la baisse de la quantité de travail est relativement proportionnelle à la hausse de salaire et donc la part du salaire global dans le revenu de l'entreprise reste inchangée.

5. Fonction de coût de production

Pour réaliser un produit, une firme doit acheter des matières premières, des machines, engager des travailleurs, transformer les matières premières, stocker les produits, ...etc. Ainsi l'entreprise est le lieu de nombreuses fonctions : la fonction technique (concernant la production, les combinaisons . . .), la fonction administrative (exercice du pouvoir au sein de l'entreprise), la fonction commerciale (études de marché, publicité,... etc), la fonction financière (la comptabilité pour assurer l'équilibre financier de l'entreprise), la fonction sociale (œuvres sociales, cantines, services sanitaires, sportifs, voyages ...), la fonction fiscale (charges fiscales, charges sociales: allocations familiales, allocations de retraites, ...). Toutes ces fonctions impliquent des dépenses qui constituent des charges, des coûts pesant sur l'entreprise.

Ce que nous allons étudier dans ce chapitre ce sont surtout les coûts de produits plutôt que ceux des fonctions. Ces coûts découlent du fait que les services fournis par les facteurs de production sont *rares* et par conséquent ont un *prix*. En réalisant un produit et en faisant la différence entre la valeur de ce produit et la valeur des inputs consommés au cours du processus de production on obtient le *profit* ou les *pertes* de l'entreprise.

Par conséquent, la détermination des coûts est indispensable à l'évaluation du résultat (profit ou perte) de l'entreprise, lequel nous renseigne sur son comportement (rationnel ou non) au niveau de l'*utilisation des ressources rares*.

♣ **Deux précisions :**

1. *Le coût d'opportunité* pour l'entreprise se définit comme étant le coût d'utilisation d'un facteur dans un processus déterminé, correspond au profit auquel on renonce (donc à une perte) en n'employant pas ce facteur dans son usage le plus efficace (c'est-à-dire le meilleur).
2. Le coût d'opportunité couvre notamment ce que l'on appelle les *coûts imputés*. Ces coûts n'impliquent pas de coûts apparents, c'est-à-dire des paiements (achat ou location) à une autre entreprise par une entreprise donnée. Par exemple lorsque l'on distingue plusieurs productions en fonction de leur *rentabilité*, le coût d'opportunité des facteurs entrant dans leur réalisation devra être calculé en prenant les valeurs de ce que l'entreprise *aurait gagné si elle les avait affectés à un autre usage voisin mais meilleur* assurant une plus grande rentabilité. C'est ce que l'on appelle les coûts imputés.

En effet l'entreprise ne renouvelle pas chaque année l'achat de certains facteurs. Il en est ainsi par exemple des locaux et de l'équipement. Mais, *l'économiste en général impute un coût correspondant à ce que ces facteurs auraient rapporté s'ils avaient été affectés à un autre usage au sein de l'économie*. Pour illustrer ce cas, considérons un entrepreneur qui engage une quantité de son capital propre dans le processus de production. Mais au lieu d'investir, il aurait pu placer son capital et bénéficier d'un *intérêt*. Cet intérêt matérialise le *coût d'opportunité du capital*, lequel doit être ajouté aux coûts réels de production pour parvenir à une évaluation correcte des profits.

L'analyse microéconomique traditionnelle étudie les variations du coût total, moyen et marginal d'un produit:

- d'une part en *courte période*: c'est une période pendant laquelle la structure de l'entreprise reste inchangée; la capacité de production de l'entreprise et les quantités de facteurs correspondants (en particulier le capital technique) ne peuvent pas varier;

- d'autre part en *longue période* : la longue période est supposée suffisamment longue pour que la structure de l'entreprise puisse varier à peu près dans n'importe quel sens ; la capacité de production peut augmenter ou peut diminuer.

Cette distinction courte période-longue période met en évidence le rôle des *coûts fixes*.

a. Evolution des coûts dans l'hypothèse d'une capacité de production constante

i. Les coûts fixes et les coûts variables : définitions

Les définitions des coûts sont reliées aux concepts de production examinés précédemment.

- **Le coût total (CT)**

Il s'agit de la dépense totale impliquée par la fabrication d'un produit donné. Le coût total se compose en général de *coût fixe total* (CFT) et de *coût variable total* (CVT).

- *Les coûts fixes* sont des coûts dont le montant ne varie pas quel que soit le volume de production. Ces coûts restent fixes que l'on réalise une production d'une unité ou de plusieurs millions d'unités. Ces coûts couvrent le paiement des intérêts, les frais d'amortissement, le loyer, les frais d'administration, d'entretien, d'assurance, de publicité...

- *Les coûts variables* sont des coûts dont le montant varie avec les quantités produites, ils deviennent importants lorsque la production augmente et diminuent lorsqu'on réduit la production. Parmi les coûts variables, on distingue :

- ✓ *les coûts variables proportionnels* qui varient proportionnellement avec la production (frais de matières premières, d'énergie...) ;
- ✓ *les coûts variables non proportionnels* ou *coûts directs* qui obéissent à la *loi des rendements décroissants* : ils sont constitués par les salaires des travailleurs de production.

- **Le coût moyen (CM ou CU)**

Pour obtenir l'expression du coût moyen, on divise le coût total de fabrication d'un produit donné par le nombre d'unités produites. On obtient ainsi le coût par unité. Le coût moyen total peut être décomposé en *coûts moyens fixes* (CMF) et *coûts moyens variables* (CMV).

- **Le coût marginal (C_m)**

Le C_m correspond à la variation du coût total résultant d'une variation d'une unité de la production.

$$C_m = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$$

Etant donné que les coûts fixes ne varient pas avec la production, les coûts fixes marginaux $\left(CF_m = \frac{\Delta CFT}{\Delta Q}\right)$ sont toujours nuls. Par conséquent, les coûts marginaux correspondent uniquement à des coûts marginaux variables, indépendamment des coûts fixes.

Récapitulation :

$$CT = CFT + CVT$$

$$CMT = \frac{CMT + CFT}{Q} = CFM + CVM$$

$$C_m = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CVT}{\Delta Q}$$

ii. Représentation graphique

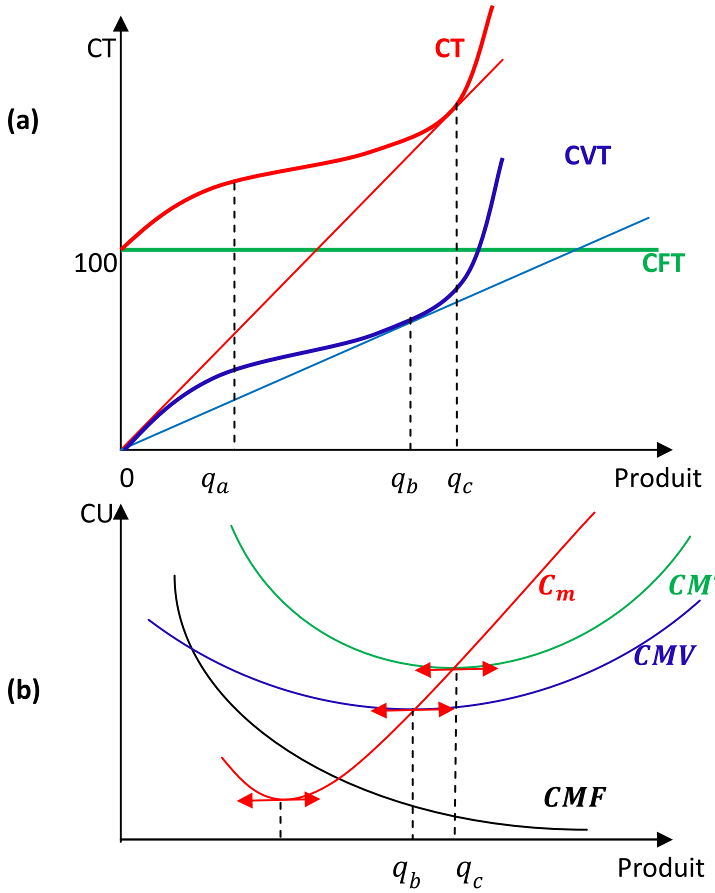
Nous allons reprendre le tableau que l'on avait utilisé pour déterminer la production à court terme (rendements non proportionnels) et nous allons intégrer les coûts.

Unité de travail (L)	Produit total (PT)	Coût total			Coût moyen			Coût marginal (C_m)
		Fixe (CFT)	Variable (CVT)	Total (CT)	Fixe (CMF)	Variable (CMV)	Total (CMT)	
0	0	100	0	100	-	-	-	
1	5	100	20	120	20	4	24	4
2	13	100	40	140	7.69	3.07	10.76	2.5*
3	23	100	60	160	4.34	2.6	6.95	2
4	38	100	80	180	2.63	2.1	4.73	1.3
5	50	100	100	200	2	2	4	1.6
6	60	100	120	220	1.66	2	3.66	2
7	68	100	140	240	1.47	2.05	3.52	2.5
8	75	100	160	260	1.33	2.13	3.46	2.8
9	81	100	180	280	1.23	2.22	3.45	3.3
10	86	100	200	300	1.16	2.32	3.48	4
11	90	100	220	320	1.11	2.44	3.55	5

$*C_m = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CT}{\Delta PT}$ exemple : $\frac{140-120}{13-5} = \frac{20}{8} = 2.5$

A partir de ce tableau on peut tracer les courbes de coût total, moyen et marginal :

Fig.43.a.b : les courbes de coût



CT : Coût total

CU : Coût unitaire

- Le graphique (a) montre les coûts totaux. On constate que le coût total (CT) augmente à un taux décroissant puis à un taux croissant. Cela traduit le mécanisme des rendements décroissants (d'abord croissants puis décroissants).
- Sur le graphique (b) on voit que la courbe de coût marginal (C_m) coupe les courbes de CMT et CMV en leur point le plus bas.
- Le point de rencontre du CMT et du C_m peut être déterminé soit en égalisant $CMT = C_m$, soit en calculant la valeur qui annule la dérivée première du CMT.

On sait que :

$$CMT = \frac{CT}{q} \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$$

$$\frac{CT'q-CT}{q^2} = 0$$

Si le numérateur est nul : $CT'q - CT = 0$

$$CT' = \frac{CT}{q}$$

$$C_m = CM$$

Le *point d'inflexion* de la courbe de coût total exprime le passage de la *croissance décroissante* du coût total à la *croissance croissante*. Il est donné par *la valeur qui annule la dérivée seconde de la fonction de coût total ou qui annule la dérivée première de la fonction de C_m* .

Il faut souligner que l'on peut avoir soit un tableau qui exprime l'évolution du CT d'où l'on tire celle du CM et du C_m, soit une fonction de CT à partir de laquelle on détermine le CM et le Cm.

Exemple:

$$CT = 0{,}04q^3 - 0{,}9\,q^2 + 10q + 5$$

$$CMT = 0{,}04\,q^2 - 0{,}9q + 10 + \frac{5}{q}$$

$$C_m = 0{,}12q^2 - 1{,}8q + 10$$

$$CVT = 0{,}04q^3 - 0{,}9q^2 + 10q$$

$$CVM = 0{,}04\,q^2 - 0{,}9q + 10$$

$$CFT = 5$$

$$CFM = \frac{5}{q}$$

b. Evolution des coûts dans l'hypothèse d'une capacité de production variable : analyse de longue période

Le long terme correspond à l'horizon de *planification des investissements*. La durée varie d'une entreprise à l'autre selon les secteurs d'activité. Comme nous l'avons déjà souligné, ce qui différencie le long terme du court terme c'est l'*absence de facteur fixe*.

Il existe presque toujours plusieurs façons de réaliser une production et l'entreprise qui cherche à maximiser son profit doit *choisir la méthode qui permet de minimiser ses coûts, pour un niveau de produit donné*.

En longue période, l'entreprise peut ajuster les combinaisons de facteurs pour réaliser chaque niveau de produit avec un coût minimum. En représentant pour chaque niveau de produit un coût minimum, pour des prix de facteurs donnés, on obtient une courbe de coût de longue période.

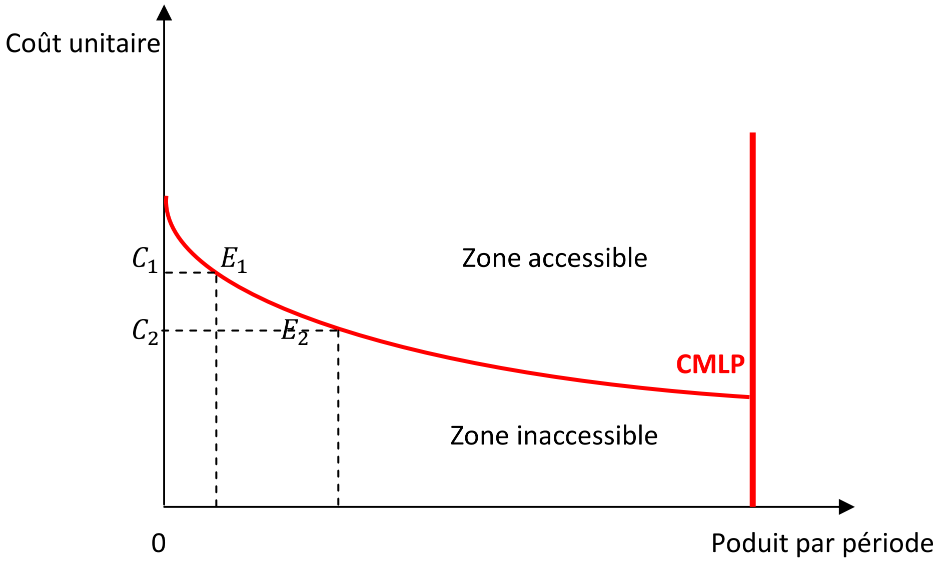


Fig.44 : Courbe de coût moyen de long période (CMLP)

Cette courbe représente tous les points qui peuvent être atteints si un temps suffisant s'écoule pour permettre l'ajustement de tous les facteurs. C'est donc la frontière entre les coûts qui peuvent être réalisés et ceux qui ne le peuvent pas pour un produit donné. Les points situés au-dessus de la courbe peuvent être atteints et correspondent à des coûts de courte période c'est-à-dire dans le cas où certains facteurs sont fixes.

i. Coûts moyens constants, croissants et décroissants

- Lorsqu'une entreprise produit à coûts constants (Fig. 45.a), ses coûts moyens (unitaires) ne se modifient pas lorsque l'échelle de production varie. Cela veut dire que la production augmente au même rythme que l'accroissement des facteurs. L'entreprise travaille avec des *rendements constants*.

- Lorsqu'une entreprise produit à coûts décroissants (Fig. 45.c), le développement de la production se traduit par une baisse des coûts unitaires de production si l'entreprise a eu le temps d'effectuer les ajustements des techniques de production. La production augmente plus rapidement que l'accroissement des facteurs. L'entreprise bénéficie de *rendements croissants*.

- Enfin lorsqu'une entreprise produit à coûts croissants (Fig. 45.b), le développement de la production s'accompagne d'une augmentation des coûts moyens par unité de production. La production croît moins que proportionnellement à l'accroissement des facteurs. L'entreprise fonctionne avec des *rendements décroissants*.

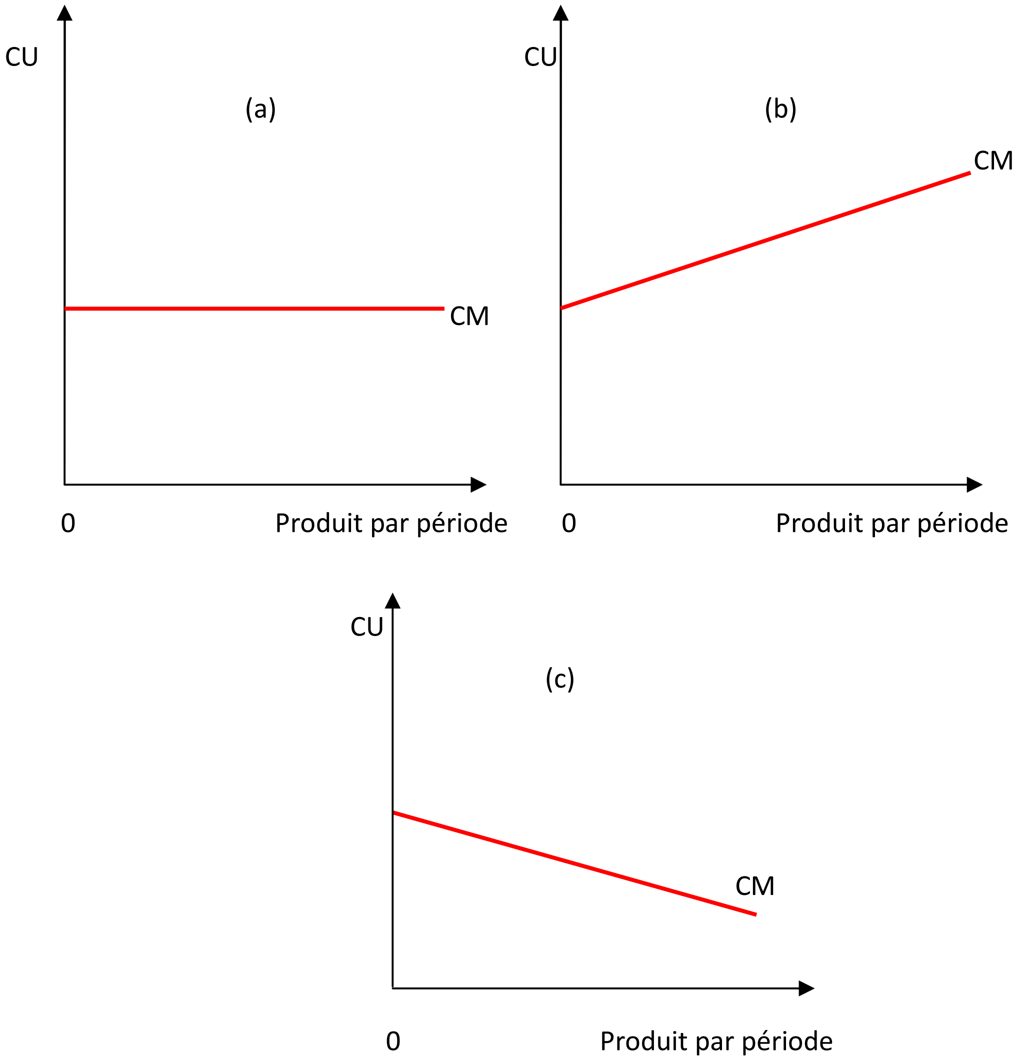


Fig.45.a.b.c : coûts moyens

La caractéristique fondamentale est que les courbes de coût de courte période et la courbe de coût de longue période *se déduisent de la même fonction de production*. La courbe de coût moyen de longue période ($CMLP$) indique la façon de produire au coût le plus faible lorsque tous les facteurs sont variables. La courbe de coût moyen de courte période ($CMCP$) indique la façon de produire au coût le plus faible lorsqu'un ou plusieurs facteurs restent fixes.

Chaque courbe de $CMCP$ possède un minimum; ces minima peuvent être ajustés sur une $courbe\ enveloppe$ qui possède elle-même un minimum; cette courbe enveloppe peut représenter le $coût\ moyen$ à $long\ terme$.

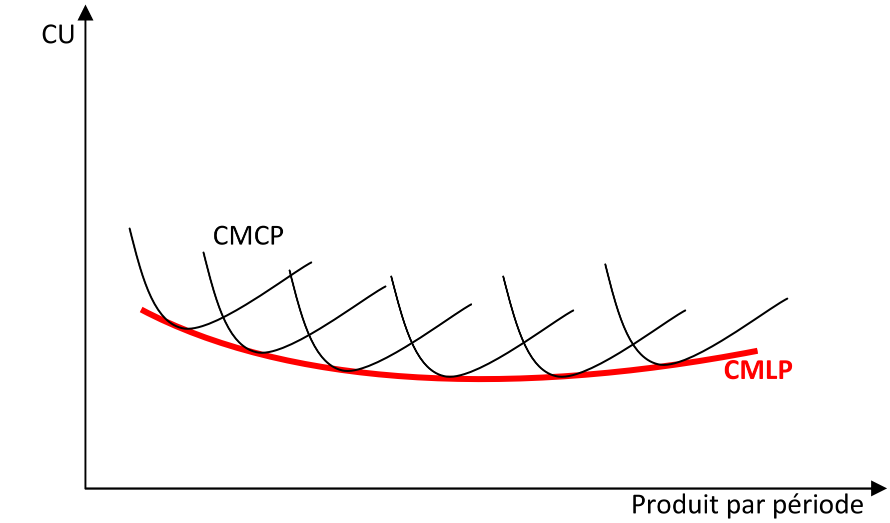


Fig.46.a : Courbe de coût moyen de longue période (CMLP)

Généralement on représente cette courbe de CMLP comme suit :

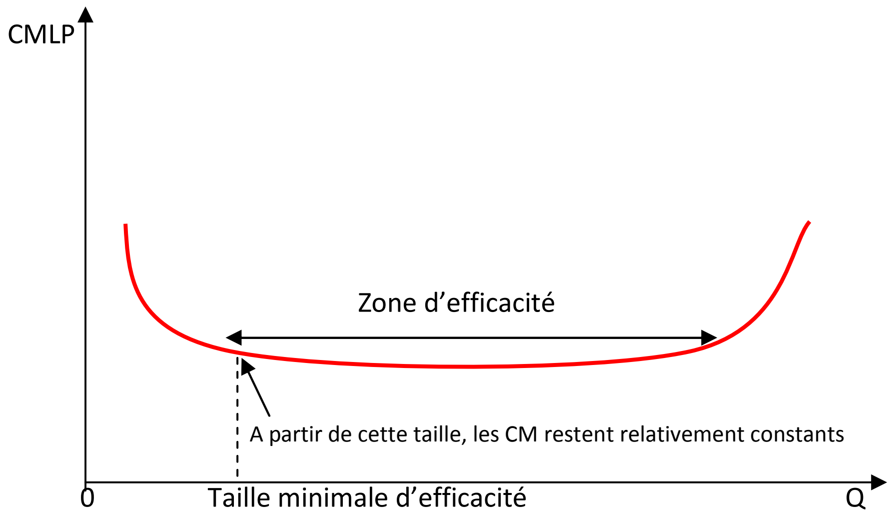


Fig.46.b : Courbe de coût moyen de longue période (CMLP)

La courbe de coût de courte période se situera au-dessus de la courbe de coût de longue période. Elle ne peut pas descendre en dessous étant donné que cette dernière représente les coûts les plus faibles réalisables pour chaque production.

Il est évident que si on modifie les hypothèses simplificatrices de départ à savoir que la technologie est la même et que les prix des facteurs sont constants, les coûts peuvent varier et notamment les courbes de coût peuvent se déplacer vers le haut ou vers le bas.

- Si la technologie se modifie :

Une modification des techniques de production dans le sens du progrès tend à réduire le coût de production pour un niveau donné de produit, ou à réaliser un output supérieur pour des quantités inchangées d'input.

Graphiquement, cela se présente :

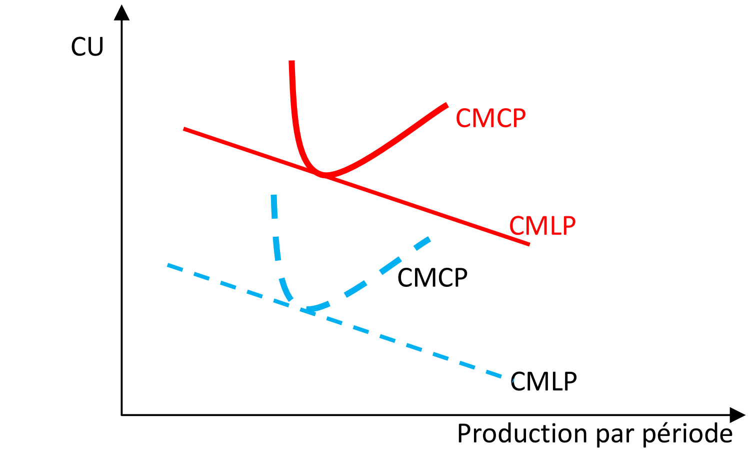


Fig.47 : Déplacement des courbes de coût

Cela traduit soit une réduction des quantités des inputs nécessaires pour la fabrication d'un produit donné, soit une réduction des prix des facteurs de production.

- Si les prix des facteurs se modifient :

Une modification des prix des facteurs entraîne un déplacement des courbes de coût.

Un accroissement du prix d'un facteur déplacera vers le haut les courbes de courte et de longue période à la fois. En effet lorsque le prix d'un facteur s'élève, le coût de tout produit utilisant une certaine quantité de ce facteur croît nécessairement.

Inversement, lorsque le prix d'un facteur baisse, les courbes de coût (de courte et de longue période) se déplacent vers le bas.

Dans le cas d'une hausse du prix d'un facteur, les entreprises seront incitées à substituer à ce facteur d'autres facteurs de production meilleur marché.

Exemple :

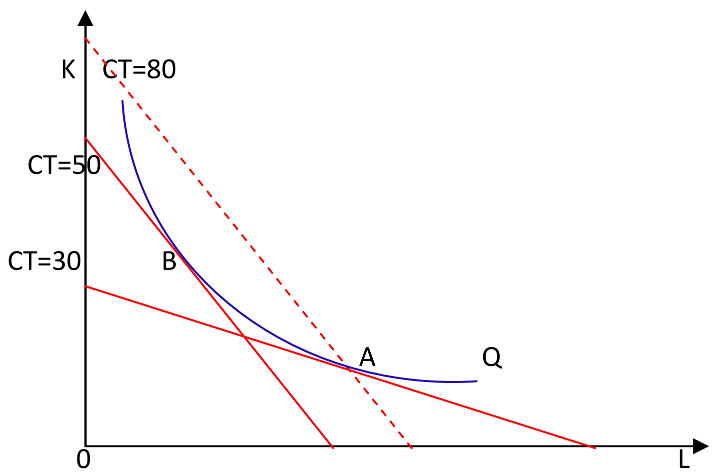


Fig.48**:** Modification de l'équilibre

Si le prix du travail s'élève, la combinaison A qui était efficace initialement correspondait à un coût de 30 ; avec l'augmentation du prix du travail, le coût devient 80 si on maintient les mêmes quantités de travail et de capital. Mais la nouvelle droite d'isocoût n'est pas tangente à l'isoquant. En se déplaçant au point B, la substitution du capital au travail permet la même production pour seulement un coût de 50.

<u>Remarque :</u> Le coût marginal de longue période c'est celui qui passe par le minimum du coût moyen de long terme.

ii. Economies et déséconomies internes d'échelle

On appelle économie interne d'échelle la réduction des coûts à long terme résultant de facteurs internes à l'entreprise qui traduisent une efficacité croissante de l'entreprise.

Exemple: l'accroissement des quantités produites ou l'accroissement de la taille de l'entreprise (cela réduit les charges fixes notamment). Ces économies internes entraînent un déplacement le long de la courbe de coût de longue période.

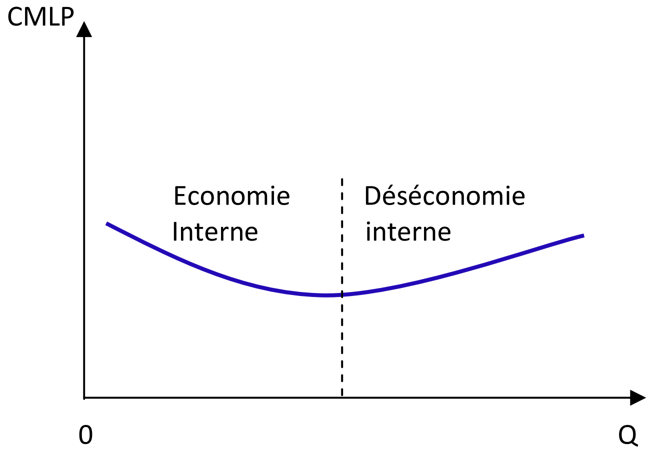


Fig.49 : Economie et déséconomie interne

Si par contre les coûts ont une tendance à la hausse, on parle alors de déséconomies internes d'échelle puisque ce sont toujours des facteurs internes à la firme qui sont à l'origine de cette hausse des coûts; par exemple au-delà d'une taille limite, l'entreprise débouche sur une efficacité décroissante. La grande taille n'est pas toujours un avantage. Là aussi l'efficacité décroissante se traduit par un déplacement le long de la courbe de coût de longue période.

iii. Economies et déséconomies externes

Les économies et déséconomies externes sont les effets positifs ou négatifs qui se manifestent en dehors de la sphère économique.

Les économies externes sont les avantages dont bénéficie une entreprise et qui sont dus à des facteurs externes à l'entreprise, sans qu'il y ait de compensation ni de coût engagé par l'entreprise en question. Par exemple l'infrastructure routière créée par l'Etat entraîne une économie externe pour les entreprises reliées, réduisant notamment les frais de transport et facilitant les communications entre elles et avec le marché.

Les économies externes se traduisent par des déplacements des courbes de coût de longue période vers le bas.

Les déséconomies externes sont les dommages ou les nuisances que subit une entreprise ou un autre agent économique et qui sont dus à des facteurs externes à l'entreprise. Par exemple la création d'une autoroute par l'Etat entraîne une déséconomie externe pour les populations riveraines menacées par le bruit et la pollution. Les déséconomie externes se traduisent par des déplacements des courbes de coût de longue période vers le haut.

Ainsi on dira qu'une infrastructure économique et sociale est un effet externe positif, alors que la pollution est un effet externe négatif, dans la mesure où les dommages qu'elle provoque ne sont pas directement pris en compte par le marché. En d'autres termes une déséconomie externe constitue un coût non compensé.

Les effets externes peuvent prendre diverses formes :

- ✓ Effets externes entre producteurs: exemple destruction des cultures par la pollution d'une usine ;
- ✓ Effets externes de producteurs à consommateurs : exemple pollution d'une rivière empêchant les activités de loisir;
- ✓ Effets externes de consommateur à producteur : exemple les nuisances de la circulation pour les employés d'une usine ;
- ✓ Effets externes entre consommateurs : exemple la congestion du trafic urbain.

iv. Coûts sociaux et coûts privés

L'exercice d'une activité économique implique toujours un coût. Celui-ci peut-être assimilé à un *coût social* qui comporte deux composantes:

- ✓ le coût social compensé qui devient un coût privé ;
- ✓ le coût social non compensé qui reste à la charge de la collectivité et qui constitue ainsi une déséconomie externe.

Considérons une entreprise de produits chimiques qui déverse ses déchets dans une rivière. Son activité productive implique un coût social. Il s'agit des salaires versés aux travailleurs, des sommes destinées à l'achat de matières premières, d'énergie... Tous ces coûts sont à la charge de cette entreprise et constituent par conséquent un coût privé. Mais le coût lié à la pollution de la rivière et à la destruction de la faune aquatique est un coût que subit la collectivité et non pas l'entreprise qui en bénéficie pour sa production. C'est donc un coût social non compensé ou une déséconomie externe. Cela est dû au fait que les services de la rivière sont utilisés gratuitement, car ils ne sont pas pris en compte par le marché contrairement aux autres ressources utilisées par l'entreprise (c'est-à-dire le travail, l'énergie, les matières premières...).

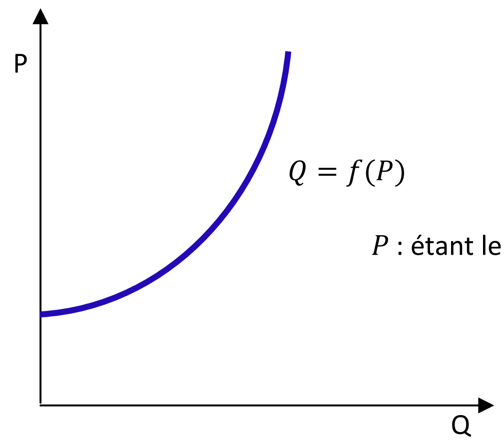
Il apparaît alors une divergence entre les *intérêts privés* et l'*intérêt collectif*. En effet l'objectif de l'entreprise qui cherche à maximiser son profit s'oppose dans ce cas à celui de la collectivité qui est de maximiser le bien-être social.

Pour la société, le bien-être sera maximal si la différence entre les avantages et les coûts sociaux d'une activité est maximale. C'est ce qui maximise «*l'avantage social net*».

Des auteurs comme Pigou, Baumol et Oates ont proposé d'intégrer les effets externes dans les mécanismes du marché. Cela suppose régler le problème de l'évaluation monétaire de ces effets externes négatifs. C'est ce que l'on appelle «l'internalisation» des effets externes qui consiste, au moyen d'une taxe, à faire prendre en charge par le producteur qui pollue le coût des dommages qu'il fait subir à la société. Dans ce cas c'est le pollueur qui serait le payeur. Mais les entreprises rétorquent que ce sont en fait les consommateurs qui bénéficient des biens produits et qu'ils doivent à ce titre supporter les coûts des dommages. Dans ce cas, c'est le consommateur qui serait le payeur.

6. Fonction d'offre

La fonction d'offre exprime la relation fonctionnelle entre le prix d'un bien et la quantité de ce même bien qui est produite et offerte à la vente par une entreprise. L'offre se définit comme un désir de vente de l'entreprise. Elle se présente comme une fonction croissante (pente positive) ; c'est-à-dire que la quantité offerte augmente lorsque le prix s'élève, et elle décroit lorsque le prix baisse. Contrairement à la demande, la quantité offerte et le prix varient dans le même sens. En effet, plus le prix d'un bien est élevé, plus les profits sont importants et par conséquent plus les producteurs sont incités à produire et à vendre plus. On peut donc l'exprimer comme suit:



P : étant le prix de l'offre (exogène)

Fig.50 : la courbe d'offre

Remarque : La dérivation de la fonction d'offre à partir de la fonction de coût sera examinée plus loin lors de la détermination du prix de marche.

a. Les déterminants de l'offre

L'offre d'un bien dépend des objectifs de l'entreprise, de la technologie, des prix des biens et des prix des facteurs de production :

1 - Les objectifs de l'entreprise : l'offre dépend avant tout du *choix* effectué par l'entreprise concernant la production des divers biens. Elle peut en effet décider de fabriquer plus d'un produit que d'un autre.

2 - L'état de développement de la *technologie* influence aussi l'offre. L'évolution de la connaissance permet de faire varier l'offre notamment en mettant en évidence de nouvelles techniques de production plus efficientes qui augmentent la production et donc l'offre.

3 - Lorsque le *prix* d'un bien s'élève, les entreprises seront incitées à fabriquer plus de ce bien. Mais si les prix d'autres biens croissent, les entreprises peuvent se tourner vers la fabrication de ces derniers.

4 - Les *coûts* des facteurs de production sont un autre élément qui peut influencer l'offre. La modification du prix d'un facteur de production entraînera des changements dans la *rentabilité relative* des différentes catégories de produits. Cela aura pour effet d'imposer aux producteurs de se reporter sur d'autres catégories de production et il en résulte une modification dans les offres des différents produits.

L'offre dépend donc de facteurs objectifs (niveau de la technique de production et de son coût, rareté des marchandises nécessaires à la fabrication) alors que la demande varie selon des notions subjectives (utilité par exemple).

b. Les déplacements de la courbe de l'offre

Le déplacement le long de la courbe d'offre résulte d'une modification de prix. Dans ce cas on reste sur la même courbe d'offre. Le déplacement de la courbe d'offre signifie que pour chaque prix, l'offre portera sur une quantité différente par rapport à l'offre initiale. Une augmentation de la quantité offerte se traduira par un déplacement vers la droite de la courbe d'offre. Inversement une baisse de la quantité offerte se traduira par un déplacement vers la gauche.

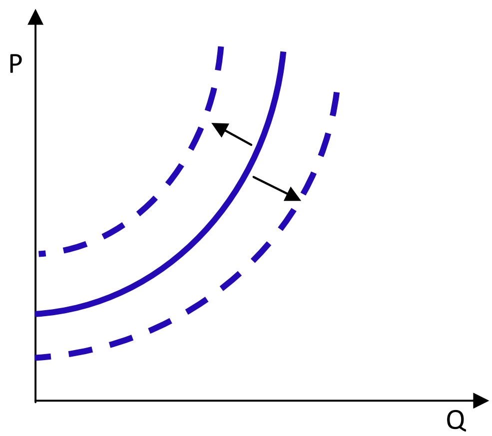


Fig.51 : Déplacement de la courbe d'offre

Le déplacement de la courbe d'offre résulte d'une modification d'un autre facteur que le prix du bien. (Exemple : déplacement vers la droite à la suite de l'accroissement de l'équipement ou de la distribution de subventions ; déplacement vers la gauche lorsqu'il y a réduction de l'équipement ou augmentation de l'impôt indirect).

c. Les élasticités d'offre

L'élasticité de l'offre mesure le degré de réaction de la quantité offerte d'un bien à la variation relative du prix de ce bien.

$$\epsilon_0 = \frac{\%\ de\ variation\ de\ la\ quantité\ offerte}{\%\ de\ variation\ de\ prix} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\frac{P}{Q}$$

Lorsque $\Delta Q \to 0$ $\quad \epsilon_0 = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q}$

$$= \frac{1}{\frac{dP}{dQ}}\frac{P}{Q}$$

$\frac{dP}{dQ}$ c'est la dérivée de la fonction d'offre en un point.

La courbe d'offre ayant une pente positive, cela signifie que le prix et la quantité varient dans le même sens et donc $\epsilon_0 > 0$. La courbe d'offre sers élastique si $\epsilon_0 > 1$ inélastique si $\epsilon_0 < 1$ et d'élasticité unitaire si $\epsilon_0 = 1$.

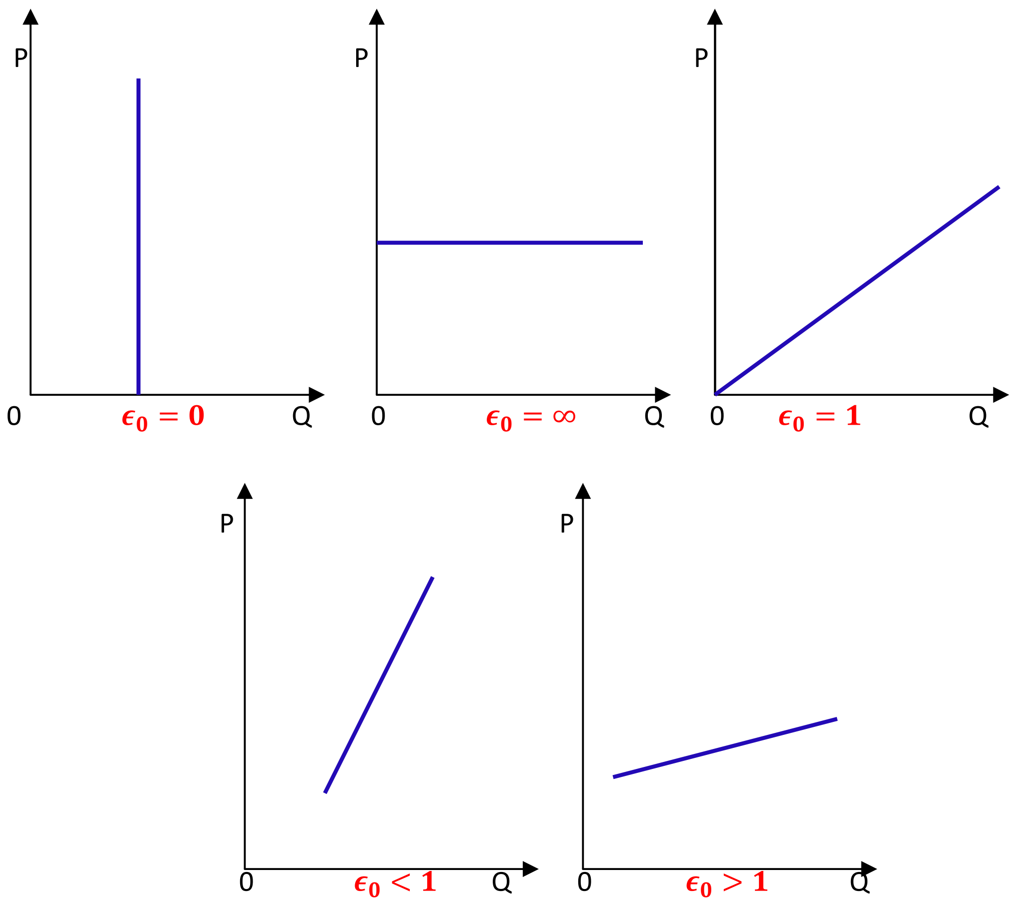


Fig.52 : Courbes d'offre en fonction de l'élasticité

Lorsque la courbe d'offre est une droite à pente positive,

- ✓ en chaque point de la droite $\epsilon_0 > 1$, si la droite coupe l'axe des prix. Exemple de la fonction d'offre de la forme : $P = ax + b$. L' ϵ_0 est alors d'autant plus faible que les quantités sont fortes.
- ✓ $\epsilon_0 < 1$ si elle coupe l'axe des abscisses; exemple: $P = ax - b$. L'ϵ_0 varie dans le même sens que les quantités.
- ✓ $\epsilon_0 = 1$ si elle passe par l'origine.

Cela peut se démontrer graphiquement :

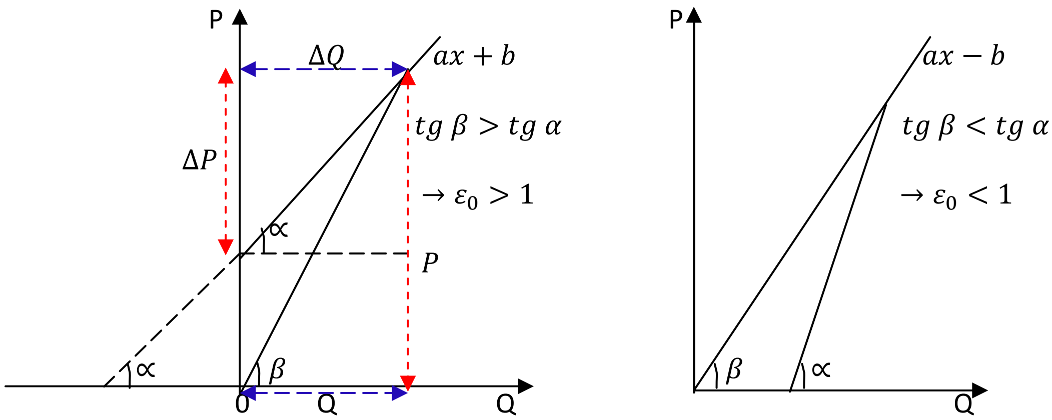


Fig.53 : Offre et élasticité

d. L'offre de marché

Comme pour la demande, la courbe d'offre du marché de courte période est obtenue en ajoutant horizontalement les courbes d'offre de courte période des diverses entreprises :

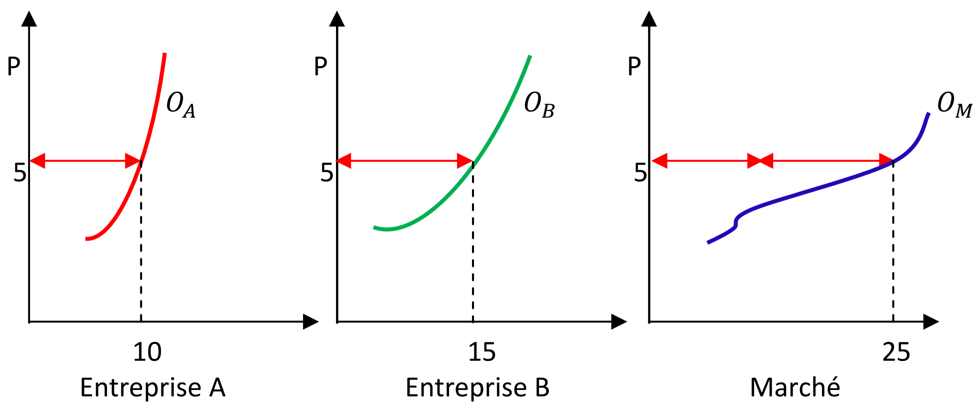


Fig.54 : Offre individuelle et offre de marché

e. Le surplus du producteur

C'est le gain dont bénéficie le producteur du fait que le prix du marché est supérieur au prix auquel il est disposé à vendre son produit. Par exemple, si le prix auquel le producteur est disposé à céder son produit est de 60 euros et si le prix qui s'établit sur le marché est de 70, le surplus du producteur peut être représenté par le graphique suivant :

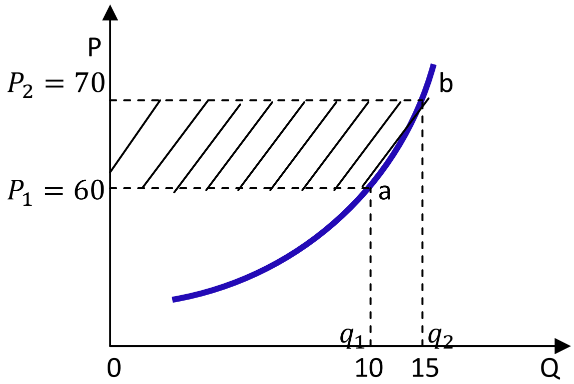


Fig.55 : le surplus du producteur

Au prix $P_1 = 60$, l'entreprise offre dix unités et reçoit un revenu total matérialisé par la surface $0P_1aq_1$. Si le prix du marché est $P_2 = 70$, l'entreprise offre quinze unités et reçoit un revenu représenté par l'aire $0P_2bq_2$. Mais son coût marginal augmente de q_1abq_2 dans ce cas. Par conséquent le surplus du producteur est représenté par l'aire P_1P_2ba (aire hachurée).

7. Fonction de profit

L'objectif principal de toute entreprise privée étant de maximiser ses profits sous ses différentes contraintes. L'équation simplifiée du profit peut s'écrire :

Profit = recettes (chiffre d'affaire)- dépenses totales (coûts total)

Nous étudierons la nature de cette fonction dans des situations différentes de marchés (chapitres qui suivent)

8. Applications (cf. arel)