a.

i.) $R = xP_x + yP_y \Leftrightarrow y = -\frac{P_x}{P_y}x = \frac{R}{P_y}$

ii.) Le prix du bien x (noté P_x) peut être calculé en résolvant l'équation :

$R = xP_x + yP_y \Leftrightarrow 1400 = 2P_x + 600 \Rightarrow P_x = 400€$

b. U_1: $(x+y)(y+2) = 36$ peut s'écrire : $y_1 = \frac{32 - 2x}{x+2}$

et U_2 : $xy + 2x + 2y = 77$ peut s'écrire : $y_2 = \frac{77 - 2x}{x+2}$

i) La représentation graphique de U_1 (la courbe y_1) peut se faire en reportant sur un graphique quelques valeurs (x, y_1). Il en est de même pou la courbe U_2 (la courbe y_2).

Exemple :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y_1	10	7	5,2	4	3,14	2,5	2	1,2
y_2	25	18,25	14,2	11,5	9,5	8,12	7	6,1

ii) Le TMS_{xy} mesure la quantité du bien y à la quelle doit renoncer le consommateur en contrepartie d'une unité supplémentaire du bien x pour conserver le même niveau de satisfaction.

$$TMS_{xy} = -\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = \frac{Um_x}{Um_y}$$

- La transposition de la droite du budget sur le graphique des courbes d'indifférence donne la *solution graphique*.
- La combinaison optimale est donnée par le point de tangence entre U_1 et la droite du budget : $(x^*; y^*) = (1; 10)$

c. ? $(x^*; y^*)$

<u>Vérification mathématique :</u>

☞ La condition d'optimisation est :

$$TMS_{xy} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow \frac{x+2}{y+2} = 4 \Rightarrow y = 4x + 6 \quad (a)$$

☞ La contrainte budgétaire implique :

$$1400 = 400x + 100y \quad (b)$$

En résolvant le système d'équations (a) et (b) (par substitution), on obtient : $(x^*; y^*) = (1; 10)$

d.

i.) Les nouvelles données sont :

$P_{x_2} = 100\,;\ P_y = 100\,;\ R = 1400$

➯ ? (x_2^*, y_2^*) :

(x_2^*, y_2^*) est obtenue en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} TMS_{xy} = \frac{P_{x_2}}{P_y} & (a) \\ R_2 = xPx_2 + yP_y & (b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y+2}{x+2} = 1 \\ y = -x + 14 \end{cases} \Leftrightarrow (x_2^*, y_2^*) = (7\,;7)^*$$

ii.) Le consommateur atteint un degré de satisfaction supérieure puisque la nouvelle combinaison se situe sur une nouvelle courbe d'indifférence U_2 (située plus haut que U_1). En effet,

$$U(x,y) = xy + 2x + 2y \Rightarrow u(7{,}7) = 77 > U(1{,}10) = 32$$

iii.) Effet de substitution : lorsque le prix du bien x diminue par rapport à celui du bien y, le revenu nominal étant supposé constant, on accroît la consommation du bien x au détriment de celle de y.

iv.) Effet revenu : les prix étant constants, une augmentation du revenu engendre une augmentation de la quantité consommée des deux biens.

☞ Lorsqu'une *variation de prix* se produit, les *deux effets vont simultanément entrer en jeu*. Car une baisse du prix d'un bien, par exemple, engendre une augmentation du pouvoir d'achat du consommateur.

v.) $U(x,y) = xy + 2x + 2y\,;R = 1400$ €

Equilibre initial (t_0)	Equilibre final (t_1)
$Px_1 = 400;\ \ Py_1 = 100$	$Px_2 = 100;\ \ Py_2 = 100$
$y_1 = -4x + 14$	$y_2 = -x + 14$
$(x_1^*, y_1^*) = (1;1)$	$(x_2^*, y_2^*) = (7{,}7)$

Pour dissocier les deux effets, on doit introduire une étape intermédiaire (théorique) pour laquelle on calcule l'équilibre théorique. Pour cela, on suppose, par exemple, que le consommateur doit maintenir la même consommation (mêmes quantités) avec les nouveaux prix. Il doit alors disposer du revenu théorique $\bar{R}$ tel que :

$$\bar{R} = x_1^*.Px_2 + y_2^*.Py_2 \Rightarrow \bar{R} = 100 + 1000 = 1100$$

La situation théorique se caractérise par :
$\bar{R} = 1100;\ \bar{P}_x = 100;\ \bar{P}_y = 100$ (Avec la même fonction d'utilité)

La droite de budget théorique devient : $\bar{y} = -x + 11$

L'équilibre théorique est alors : $(\bar{x}^* ; \bar{y}^*) = (5,5 ; 5,5)$

- Effet de substitution :

$$\bar{x}^*;\ \bar{x}_1^* = 5,5 - 1 = 4,5.$$
$$\bar{y}^*;\ \bar{y}_1^* = 5,5 - 10 = -4,5.$$

- Effet revenu :

$$x_2^* - \bar{x}^* = 7 - 5,5 = 1,5$$

$$y_2^* - \bar{y}^* = 7 - 5,5 = 1,5$$

- Effet total :

$$x_2^* - x_1^* = 7 - 1 = (4,5 + 1,5) = 6$$
$$y_2^* - y_1^* = 7 - 10 = (-4,5 + 1) = -3,5$$

NB : il existe une autre méthode pour dissocier les deux effets (***cf. cours***)