Chapitre III :
Le choix du consommateur rationnel
L'analyse de la demande

1. Prix et marchés

Admettons que le prix est le même pour tout les consommateurs : il n'y a pas de discrimination de prix. On notera $P_1, P_2 \ldots P_i$ les prix associés aux biens $1, 2, \ldots i$. Les consommateurs sont « *price takers* ». Ils les considèrent comme donnée. Chaque consommateur ne peut pas influencer le prix individuellement. L'ensemble des consommateurs peut exercer une pression sur le marché et influencer ne niveau des prix.

2. La monnaie

En micro, la monnaie représente une unité de compte et un moyen d'échange. Nous ne nous intéresserons pas à la devise dans laquelle s'expriment les prix. On dira seulement $P_1 = 1$ et $P_2 = 5$. Ce qui nous intéresse le plus n'est pas la valeur absolue d'un bien mais sa valeur relative par rapport à l'autre bien. Dire que $P_1 = 1$ et $P_2 = 5$ signifie que le bien 2 coûte cinq fois le prix du bien 1.

Les prix relatifs $\frac{P_1}{P_2}$ sont au centre de l'analyse microéconomique. Les consommateurs disposent d'un revenu disponible mesuré dans la même monnaie. Revenu et prix sont donc exprimés dans la même unité de mesure. Nous raisonnerons en terme réel.

3. L'équilibre du consommateur : demande individuelle

En fait lorsque le consommateur effectue des choix entre différents biens, par son budget qui constitue une contrainte du système.

a. Cas de deux biens

Dans le cas de deux biens X et Y, la contrainte de budget : R

$$R = XP_X + YP_Y \quad \Rightarrow Y = -\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)X + R/P_Y$$

Ce budget lui permettra de combiner divers biens en fonction de ses préférences. Supposons que le consommateur dispose de 100 € qu'il utilise pour l'achat de deux biens : les pommes et les oranges. Il peut soit acheter 10 kg de pommes et pas d'oranges ou 8 kg de pommes et 4 kg d'oranges... Il peut même décider d'acheter 20 kg d'oranges et ne pas consommer de pommes. Lorsqu'on détermine l'ensemble des points indiquant les combinaisons possibles à l'aide de ce budget, on obtient ce que l'on appelle la «*ligne de budget* ».

i. Droite du budget et ses propriétés : contraintes du consommateur

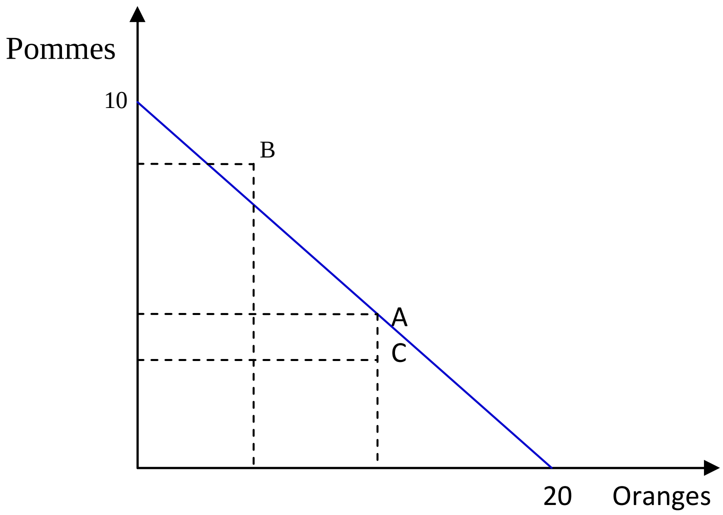
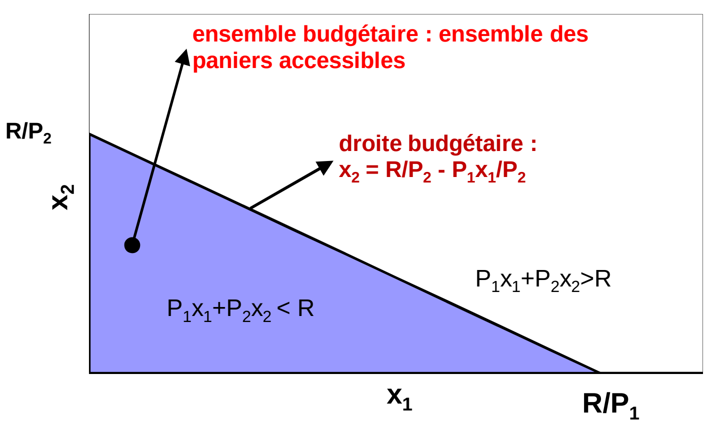


Fig.12 : Ligne de budget

La pente de la ligne de budget à une signification particulière. En effet le consommateur peut consommer 10 kg de pommes et pas d'oranges. S'il décide de passer de 10 à 9 kg de pommes, il peut consommer 2 kg d'oranges. Il peut encore réduire sa consommation de pommes d'une unité et acquérir 2 kg supplémentaires d'oranges, sa combinaison devient 8 kg de pommes et 4 kg d'oranges, et ainsi de suite. Le coût d'obtention de 2 kg d'orange correspond à l'abandon de 1 kg de pommes. C'est donc le coût d'opportunité d'un bien mesuré en termes de l'autre bien. Le coût d'opportunité d'un kg d'oranges est l'abandon d'un 1/2 kg de pommes. La pente de la droite de budget mesure ce coût d'opportunité par la quantité de pommes à laquelle on renonce pour obtenir une unité d'oranges.

☞ **Les propriétés de la ligne de budget :**

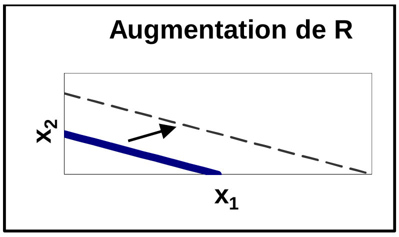
Fig.12 :Droite budgétaire et ensemble budgétaire



- Tous les points de la ligne de budget correspondent à des combinaisons de biens qui épuisent l'intégralité du revenu du consommateur.
- Les points qui se situent en dessous de la ligne de budget n'épuisent pas tout le revenu du ménage.
- Les points situés au-dessus de la ligne de budget correspondent à des combinaisons dont le coût dépasse le revenu du consommateur.

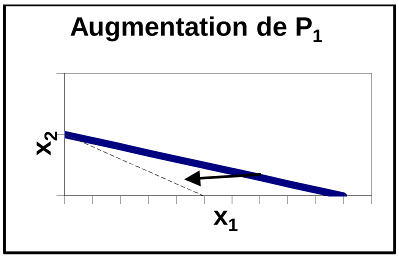
ii. Déplacement de la droite du budget

- Cas d'un déplacement parallèle : augmentation du revenu R ou d'une variation simultanée des deux prix d'un même facteur (Fig.13)



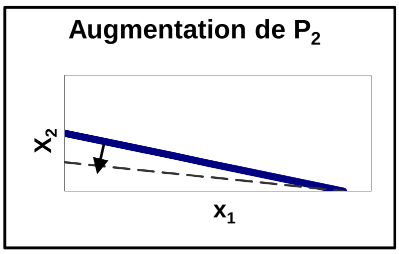
Déplacement parallèle car la pente est inchangée, seules varient les abscisses et ordonnées à l'origine.
La multiplication des prix par un même facteur est exactement équivalente à la division du revenu par ce même facteur.

- Cas d'une augmentation du prix du bien 1 , celui du bien 2 étant inchangé (Fig.14):



Un renchérissement du bien 1 (augmentation de P_1) réduit la pente $-\frac{P_1}{P_2}$, le rapport $\frac{R}{P_1}$ baisse et $\frac{R}{P_2}$ fixe.

- Cas d'une augmentation du prix du bien 2, celui de 1 inchangé (Fig.15):



iii. Equilibre

Soit $U: U(x_1, x_2)$ la fonction d'utilité d'un consommateur quelconque. Ce consommateur doit maximiser sa fonction d'utilité, tout en respectant sa contrainte budgétaire. Cette décision revient à un problème de maximisation sous contrainte. Ce problème du consommateur s'écrit alors sous forme du modèle suivant:

$$\left| Max\ U(x_1, x_2) \quad {\scriptstyle s.c \quad R = P_1 x_1 + P_2 x_2} \right.$$

Où x_1, x_2 variables endogènes ; et P_1, P_2 variables exogènes du modèle.

Cette analyse nous permettra de définir une fonction de demande individuelle pour le bien 1(oranges) et le bien 2(pommes) de tel façon à avoir : $x_1^d = x_1^d(P_1, P_2, R)$ et $x_2^d = x_2^d(P_1, P_2, R)$. En effet, en passant par la contrainte budgétaire, on trouve :

$$x_2 = \frac{R - P_1 x_1}{P_2}$$

$$\text{ou} \qquad x_2 = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} x_1$$

Ayant tracé la carte d'indifférence et la ligne de budget du consommateur on peut déterminer l'équilibre du consommateur. <u>*Le but du consommateur est de maximiser sa satisfaction ou son utilité*</u>. *Quelle combinaison doit-il choisir à cet effet ?*

La maximisation de sa satisfaction signifie que le consommateur désire atteindre sa courbe d'indifférence la plus élevée possible. Le consommateur atteindra un niveau de satisfaction maximum lorsque sa ligne de budget est tangente à la courbe d'indifférence la plus élevée. Ce point de tangence correspond au point d'équilibre ou d'optimum du consommateur car aucune modification de ses achats ne lui permet d'atteindre une courbe d'indifférence plus élevée.

En ce point, la pente de la courbe d'indifférence, c'est-à-dire le TMS entre les deux biens, est la même que celle de la ligne de budget, c'est-à-dire le TMS sur le marché.

On donc :

$$-\frac{d_y}{d_x} = \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{P_x}{P_y} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{f'_x}{P_x} = \frac{f'_y}{P_y}$$

✓ **Description géométrique**

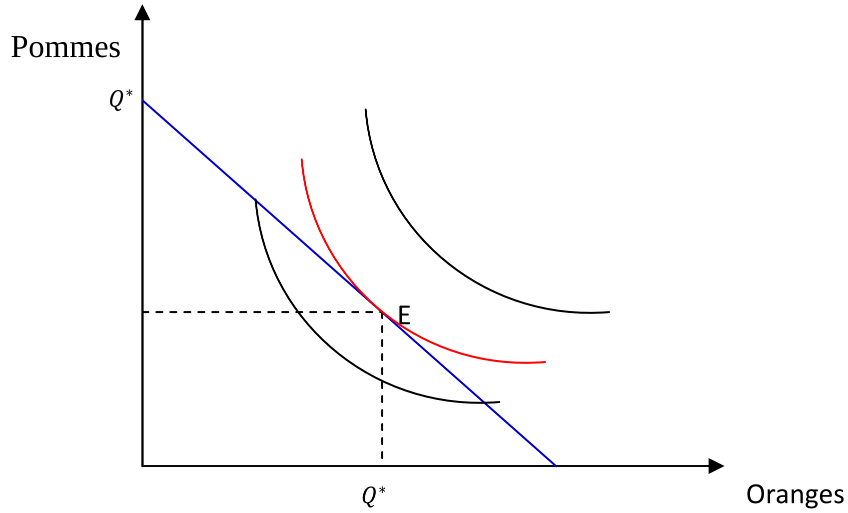


Fig.12 : Equilibre du consommateur

✓ **Calcul : illustration numérique**

Considérons un consommateur, dont la fonction d'utilité est $U(x,y) = xy$, qui dispose d'un budget de 100€ qu'il dépense dans l'achat de deux biens x et y. Les prix des biens sont $P_x = 10€$ et $P_y = 20€$.

L'équilibre du consommateur peut être déterminé selon deux méthodes :

✓ **La méthode directe**

$$U(x,y) = xy$$

$$R = XP_X + YP_Y \quad ⇨ \quad R = 10X + 20Y = 100$$

A l'équilibre le rapport des utilités marginales des biens est égal au rapport de leurs prix :

$$\frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$⇨ \quad \frac{y}{x} = \frac{10}{20} \quad ⇨ \quad x = 2y$$

En substituant dans R :

$$20y + 20y = 100$$

$$y = 2.5$$

$$x = 5$$

$$U = xy = 12.5$$

✓ La méthode de Lagrange

En introduisant λ le « multiplicateur de Lagrange », le lagrangien se présente comme suit :

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = xy + \lambda(100 - 10x - 20y)$$

Pour maximiser $\mathcal{L}$, il faut annuler les dérivées partielles :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = y - 10\lambda = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = x - 20\lambda = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x - 2y = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 100 - 10x - 20y = 0$$

$$x - 2y = 0 \quad \Rightarrow x = 2y$$

En substituant dans R :

$$x = 5$$
$$y = 2.5$$

Calcul de λ :

$$x - 20\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\lambda = 0.25}$$

$\mathbf{0.25}$ représente l'utilité marginale du revenu. C'est la valeur dont s'accroît l'utilité si le budget augmente de 1€

En effet si le budget du consommateur passe à 101€ :

$$10x + 20y = 101$$

$$20y + 20y = 101$$

$$\Rightarrow x_1 = 5.05 \quad \text{et} \quad y_1 = 2.525$$

$$U_1 = x_1 . y_1$$

$$5.05 * 2.525 = 12.75$$

$$\Rightarrow U_1 - U = 0.25$$

b. Généralisation au cas de n biens

Dans le cas de n biens $X_1, X_2, \dots X_n$ dont les prix respectifs sont $P_1, P_2, \dots P_n$, la fonction d'utilité U :

$$U = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

doit être maximisée sous la contrainte de budget R:

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$$

En se référant à la méthode du multiplicateur de Lagrange on déduit les dérivées partielles de premier ordre :

$$\mathcal{L}(X_1, X_2, \dots, X_n, \lambda) = f(X_1, X_2, \dots, X_n) + \lambda\left(R = \sum_{i=1}^{n} P_i X_i\right)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_1} = \frac{\partial f}{\partial X_1} - \lambda P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_1}}{P_1}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_n} = \frac{\partial f}{\partial X_n} - \lambda P_n = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_n}}{P_n}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = R - \sum_{i=1}^{n} P_i X_i = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$$

D'où l'on tire :

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial X_1}}{P_1} = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_2}}{P_2} = \cdots = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_n}}{P_n} = \lambda$$

A l'équilibre, les utilités marginales pondérées des divers biens sont égales et elles sont de plus égales à la valeur du multiplicateur de Lagrange.

Si on choisi un bien j comme numéraire (monnaie) :

$$P_j = 1 = \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial X_j}}{1}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{\partial f}{\partial X_j}$$

λ est donc la valeur de l'utilité marginale procurée par le numéraire (la monnaie).

c. Absence d'illusion monétaire

Si les prix P et les revenus R sont multipliés par le même nombre t, les quantités demandées x de chaque bien 1 et 2 restent inchangés. Ce qui implique que les fonctions de demande sont homogènes de degré 0. On peut démontrer cela en posant $R = tR$ et $P_i = tP_i$. En effet :

$$tR = tP_1x_1 + tP_2x_2$$

$$R = P_1x_1 + P_2x_2$$

Donc une inflation parfaitement équilibrée, c'est-à-dire affectant de la même manière prix et revenu, n'affecte pas l'ensemble budgétaire des individus et donc leur choix optimal. Cette propriété est due à l'*absence d'illusion monétaire*. La demande dépend en réalité des rapports des variables exogènes, elle est une fonction des prix relatif et du revenu réel :

$$x_1 = f(P_1, P_2, R) = f\left(\frac{P_2}{P_1}, \frac{R}{P_1}\right)$$

4. L'équilibre du consommateur et la variable temporelle

Jusque là, nous avons analysé l'équilibre du consommateur en faisant abstraction du *temps*. Or, il est très intéressant de savoir comment se répartit la consommation dans le temps. Cela nous conduit à étudier les *courbes d'indifférence intertemporelle* et le *taux de préférence intertemporel* (TPI), avant de présenter l'*équilibre intertemporel*.

a. Les courbes d'indifférence intertemporelle et le TPI

Pour simplifier, nous allons limiter notre analyse à deux périodes. Considérons un consommateur qui a le choix de répartir sa consommation d'un bien X entre deux périodes de temps t_1 et t_2. En t_1 il consommera X_1 et en t_2 il consommera X_2 (cf. fig 13) :

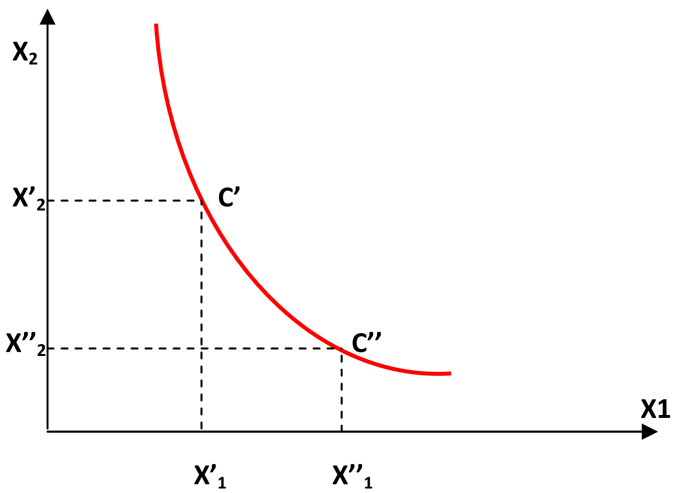


Fig .13 : Courbe d'indifférence intertemporelle

Cette courbe d'indifférence comporte toutes les combinaisons indifférentes pour le consommateur, c'est-à-dire toutes les combinaisons de consommation en t_1 et t_2 procurant le même niveau de satisfaction. On peut tracer des courbes d'indifférence intertemporelle correspondant à divers niveaux de satisfaction pour obtenir une carte d'indifférence.

Toutes les propriétés des courbes d'indifférence soulignées précédemment restent valables. En particulier, ces courbes sont décroissantes, ce qui signifie que toute variation de la consommation en t_1 est compensée par une variation en sens inverse de la consommation en t_2 pour garder le même niveau de satisfaction. La pente de la tangente de la courbe d'indifférence intertemporelle est donc négative. Elle correspond au TMS en un point de la courbe:

$$\mathrm{TMS}_{\mathrm{x}_1 \text{ à } \mathrm{x}_2} = -\frac{\mathrm{dx}_2}{\mathrm{dx}_1}$$

Le TMS indique la quantité du bien X à laquelle le consommateur est prêt à renoncer en t_1 pour accroître sa consommation d'une unité en t_2. Autrement dit, c'est la quantité supplémentaire qui doit être consommée en t_2 pour compenser la non consommation d'une unité en t_1, si l'on veut maintenir un niveau d'utilité stable.

Ainsi si le $TMS\ X_1$ à X_2 est égal à -1.2, cela signifie que le report d'une unité de consommation de t_1 à t_2 nécessite une compensation de 20 % supplémentaire en t_2 pour garder le même niveau de satisfaction. Cette prime de 20 % est appelée *taux de préférence intertemporelle (TPI)*. Elle se calcule comme suit:

$$TPI = -(TMS + 1) \quad \text{avec } TMS = -1.2$$

$$TPI = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$$

Le TPI rémunère donc la renonciation à la consommation présente ou la dépréciation de la consommation future.

b. La ligne du budget et l'équilibre intertemporel

Soient R_1 et R_2 le revenu disponible du consommateur respectivement en t_1 et en t_2 affecté au bien X dont le prix constant est P_X.

Le consommateur peut soit consommer R_1+R_2 en t_1 en empruntant R_2 en t_1, soit consommer $R_1 + R_2$ en t_2 en épargnant R_1 jusqu'en t_2.

Si le taux d'intérêt est i et si l'on pose $P_X = 1$, pour simplifier, la dépense maximale du consommateur est égale à :

$$R_1 + \left[\frac{R_2}{(1+i)}\right] \text{ en } t_1$$

$$R_1(1+i) + R_2 \text{ en } t_2$$

On obtient ainsi les points extrêmes de la ligne de budget dont la pente est égale à $-(1+i)$. En effet la relation entre t_1 et t_2 est donnée par :

$$X_2 = R_2 + (R_1 - X_1)(l+i) \quad \text{avec } O < X_1 < R_1 + \frac{R_2}{1+i}$$

Si $R_1 - X_1 > 0$: il y a épargne au cours de t_1.

Si $R_1 - X_1 < 0$: il y a emprunt en t_1.

On peut aussi écrire:

$$X_2 = R_2 + R_1 (1 + i) - X_1 (1 + i)$$

Cette équation représente l'expression de la droite de budget et $-(1 + i)$ matérialise la pente de cette droite.

Au point de tangence entre cette ligne de budget et la courbe d'indifférence intertemporelle la plus élevée, on obtient l'***<u>équilibre intertemporel</u>*** du consommateur. Cet équilibre est donné par le point E du graphique (fig 14)

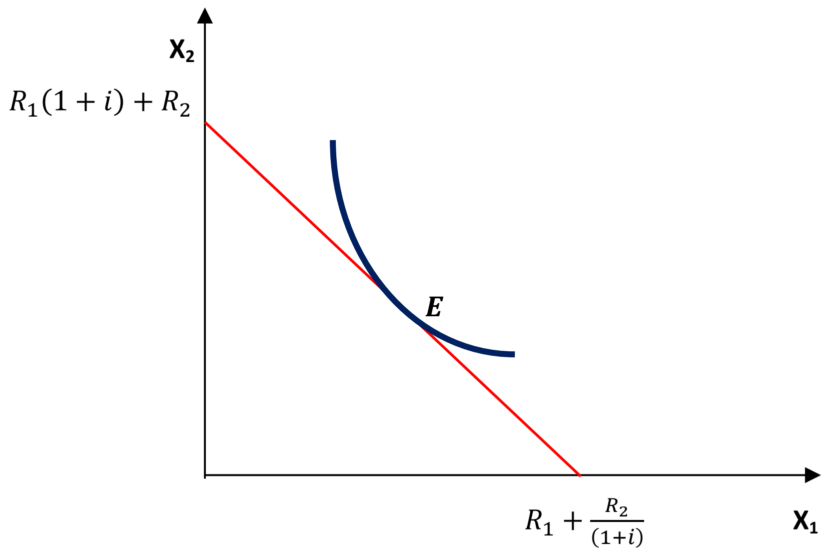


Fig.14 : Equilibre intertemporel du consommateur

Au point E, le $TMS_{X1 \text{ à } X2}$ est égal a la pente de la ligne de budget :

$$TMS_{X1 \text{ à } X2} = -(l + i) + 1$$

Or d'après la paragraphe précédent:

$$TMS_{X1 \text{ à } X2} = -(TPI + 1)$$

Par conséquent, à *l'équilibre intertemporel du consommateur, le <u>taux de préférence intertemporel</u> doit être égal au <u>taux d'intérêt</u>*.

5. Applications (cf.arel)