



I. COURS :

Question 1 : (3 pts) Cf. cours, chapitre IV, page 7.

Question 2 : (3.5 pts) Cf. cours, chapitre III, pages 5-6.

II. APPLICATIONS

Exercice 1: (7.5 pts)

Une entreprise en situation de **monopole** a une courbe de coût total donnée par la relation suivante :

$$CT = 0,1q^3 - 0,6q^2 + 2q$$
$$p = 6 - \frac{q}{2} \quad p \text{ désigne le prix}$$

A. Construire pour cette entreprise les courbes de coût moyen, de coût marginal, de recette moyenne et de recette marginale. (4. ½ = 2pt)

$$CM = 0,1q^2 - 0,6q + 2 \quad \text{et} \quad Cm = 0,3q^2 - 1,2q + 2$$
$$RT = RM \cdot q = 6q - \frac{q^2}{2} \quad Rm = 6 - q$$

B. Calculer la quantité vendue et le prix de marché lorsque le monopole désire maximiser son profit. (2. ½ = 1pt)

$$\pi \text{ Max} \rightarrow Rm = Cm \rightarrow q^* = 4$$
$$RM = p^* = 6 - \frac{q}{2} = 4$$

C. Déterminer le montant du profit réalisé. (0.5pt)

$$\pi = RT - CT \quad \dots = 11,2$$

D. Présenter cette situation théorique sur un graphique illustratif. (0.5pt)

Cf. cours

E. L'Etat impose à l'entreprise la *tarification au coût marginal*. Déterminer la quantité vendue et le prix du marché dans cette situation et calculer le profit réalisé. (3. ½ = 1.5pts)

F.

$$p = Cm$$

$$6 - \frac{q}{2} = 0,3q^2 - 1,2q + 2$$

$$q^* = 5$$

$$\text{Comme } P = 6 - \frac{q}{2} \rightarrow p^* = 3,5 \text{ et } \pi = 10$$

G. Présenter cette situation théorique sur un graphique illustratif. (0.5pt)

Cf. cours

H. L'Etat impose à l'entreprise la gestion à l'équilibre (*profit nul*). Déterminer dans cette situation le prix et la quantité vendue. (2. ½ = 1pt)

$$p = CM$$



$$6 - \frac{q}{2} = 0,1q^2 - 0,6q + 2 \quad \rightarrow \quad q^* = 6.85 \quad \text{et} \quad p^* = 2.57 \quad \text{et} \quad \pi = 0$$

I. Présenter cette situation théorique sur un graphique illustratif. (0.5pt)
Cf. cours

NB : Graphiques : en abscisse les quantités et en ordonnées le p, RM, Rm, Cm, CM

Exercice 2: (7 pts)

Un consommateur a pour fonction d'utilité : $U = 4X^{1/4}Y^{2/4}$. Ce consommateur alloue à ses dépenses un revenu R . Nous noterons P_x le prix du bien X et P_y le prix du bien Y .

A. Déterminez en utilisant le *Lagrangien* les expressions de la demande en bien X et en bien Y . (pour vous aider exprimer Y en fonction de R et P_y , et X en fonction de R et P_x). (2pts)

Programme du consommateur :
$$\begin{cases} U = 4X^{1/4}Y^{2/4} \\ R = P_x X + P_y Y \end{cases}$$

On utilise le lagrangien : $\mathcal{L} = 4X^{1/4}Y^{2/4} + \lambda(P_x X + P_y Y - R)$

Conditions premier ordre :
$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = X^{-3/4}Y^{2/4} + \lambda P_x = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} = 2X^{1/4}Y^{-1/2} + \lambda P_y = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = P_x X + P_y Y - R = 0 \end{cases}$$

Conditions du second ordre vérifiées.

On obtient donc :

$$\frac{X^{-3/4}Y^{2/4}}{2X^{1/4}Y^{-1/2}} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{Y}{2X} = \frac{P_x}{P_y} \quad Y = \frac{2XP_x}{P_y}$$

La contrainte budgétaire devient :

$$R - P_x X - P_y \frac{2XP_x}{P_y} = 0$$

$$R = 3P_x X \quad X^* = \frac{R}{3P_x}$$

On déduit



$$Y^* = \frac{2 \frac{R}{3P_x} P_x}{P_y} = \frac{2R}{3} = \frac{2R}{3P_y}$$

3

- B. Supposons que ce consommateur reçoit un revenu $R = 400$ euros. Les prix des biens, en situation initiale, sont $P_x = 6$ et $P_y = 24$.
Si le prix de X évolue à $P_x = 8$, comment évolue la quantité demandée de bien X et de Y , chiffrez votre réponse ? (2pts)

Situation initiale :

$$X^* = \frac{R}{3P_x} = \frac{400}{3 * 6} = 22.22$$

Nouvelle situation :

$$X^* = \frac{R}{3P_x} = \frac{400}{3 * 8} = 16.66$$

L'augmentation du prix de X entraîne une baisse des quantités achetées du bien X (22.22 à 16.66).

La quantité du bien Y est inchangée :

$$Y^* = \frac{2R}{3P_y} = \frac{2 * 400}{3 * 24} = 11.11$$

- C. Quel serait le nouveau revenu si celui-ci devait changer en même temps que le prix de X de façon à ce que ce consommateur puisse toujours consommer, aux prix $P_x = 8$ et $P_y = 24$, le même panier qu'avec les prix $P_x = 6$ et $P_y = 24$? (1pt)

Le consommateur pourra toujours acheter le même panier de biens qu'initialement, donc :

$$X^* = 22.22 \quad \text{et} \quad Y^* = 11.11$$

On sait que : $R = P_x X + P_y Y$

Donc : $R_1 = 8 * 22.22 + 24 * 11.11 = 444.4$

- D. Est-ce qu'on est face à un effet de substitution au sens de Slutsky ou de Hicks ? (Répondez en soulignant la différence fondamentale entre les deux approches). (2pts)

C'est l'effet de substitution *au sens de Slutsky*, qui s'effectue à pouvoir d'achat (ou budget) inchangé ; tandis que celui de *Hicks* s'effectue à niveau d'utilité (satisfaction) inchangée. Cf cours.