Intelligence Artificielle T.D. N^o 7

7 avril 2008

Satisfaction de contraintes

1 Avec qui parle Pierre ? Avec qui parle Elisa ?

Dans une soirée, trois couples se sont réunies. Chaque personne parle avec une autre personne qui est du sexe opposé et qui n'est pas son conjoint.

1. Marie parle avec Pascal.
2. George Parle avec la femme de Pascal.
3. Denise parle avec le mari de Marie.

Exercice 1 Modéliser ce problème en tant qu'un problème de salification de contraintes.

Corrigé 1

$$X_1, X_2, X_3 \in \{Marie, Elisa, Denise\}$$

$$Y_1, Y_2, Y_3 \in \{Pascal, George, Pierre\}$$

$$C0 : allDiff(X1, X2, X3, Y1, Y2, Y3)$$

$$C1 : marie(X_i, Y_i), \forall i \in \{1, 2, 3\}$$

$$C2 : parler(X_i, Y_j) => i <> j$$

$$C3 : parler(marie, pascal)$$

$$C4 : \exists k, parler(X_k, george) \wedge marie(X_k, pascal)$$

$$C5 : \exists k, parler(denise, Y_k) \wedge marie(marie, Y_k)$$

Exercice 2 Appliquer l'algorithme simple-backtrack pour trouver la solution.

Corrigé 2 (*) Test de $X_1 \leftarrow marie$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie\}$
(*) Test de $X_2 \leftarrow elisa$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie, X_2 \leftarrow elisa\}$
(*) Test de $X_3 \leftarrow denise$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie, X_2 \leftarrow elisa, X_3 \leftarrow denise\}$
(*) Test de $Y_1 \leftarrow pascal$ Contraintes C1,C2,C3 non vérifiées, donc :

(*) Test de $Y_1 \leftarrow pierre$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie, X_2 \leftarrow elisa, X_3 \leftarrow denise, Y_1 \leftarrow pierre\}$

(*) Test de $Y_2 \leftarrow georges$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie, X_2 \leftarrow elisa, X_3 \leftarrow denise, Y_1 \leftarrow pierre, Y_2 \leftarrow georges\}$

(*) Test de $Y_3 \leftarrow pascal$ Contraintes non vérifiées, donc :

(*) Test de $Y_2 \leftarrow pascal$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie, X_2 \leftarrow elisa, X_3 \leftarrow denise, Y_1 \leftarrow pierre, Y_2 \leftarrow pascal\}$

(*) Test de $Y_3 \leftarrow gearoges$ Ensemble de contraintes valides, donc $A = \{X_1 \leftarrow marie, X_2 \leftarrow elisa, X_3 \leftarrow denise, Y_1 \leftarrow pierre, Y_2 \leftarrow pascal, Y_3 \leftarrow gearoges\}$

2 Problème de huit Reines

Le but est de placer sur un échiquier 8 reines, aucune paire de reines ne doit être en position de prise. Placez vous dans le contexte de 4 reines sur un échiquier de 4 lignes et 4 colonnes. [1]

Exercice 3 Nous imposons la modélisation $X = \{X1, X2, X3, X4\}$, X_i étant la position de la reine sur la colonne i. Supposons que les domaines des quatres variables sont initialisés à [1,2,3,4], Appliquer l'algorithme anticipation pour trouver la solution.

Corrigé 3 Les contraintes sont :

$$C1(i,j) : X_i <> X_j, \forall i,j \in \{1,2,3,'\}$$

$$C2(i,j) : |X_i - X_j| <> |i-j|, \forall i,j \in \{1,2,3,'\}$$

(*)Test de $X_1 \leftarrow 1$ $A = \{X_1 \leftarrow 1\}$ Anticipation : D(X2)={3,4},D(X3)={2,4},D(X4)={2,3}

(*)Test de $X_2 \leftarrow 3$ $A = \{X_1 \leftarrow 1, X_2 \leftarrow 3\}$ Anticipation : D(X3)={},D(X4)={2,3}

Retour :(*)Test de $X_2 \leftarrow 4$ $A = \{X_1 \leftarrow 1, X_2 \leftarrow 4\}$ Anticipation : D(X3)={2},D(X4)={2,3}

Test de $X_3 \leftarrow 2$ $A = \{X_1 \leftarrow 1, X_2 \leftarrow 4, X_3 \leftarrow 2\}$ Anticipation : D(X4)={}

Retour :Test de $X_1 \leftarrow 2$ etc ..

Et on trouve $A = \{X_1 \leftarrow 2, X_2 \leftarrow 4, X_3 \leftarrow 1, X_4 \leftarrow 3\}$

Exercice 4 Revenons à la situation initiale, est ce que la propriété de arc-consistance est vérifiée ?

[1] Histoire de vous montrer que je suis sympa !!

Corrigé 4 oui!! car pour chaque valeur v_i dans D(Xi), il existe une valeur v_j dans D(Xj), tq $(v_i, v_j) \in sol(C(X_i, X_j)$
Donc, nous ne pouvons pas réduire l'espace de la recherche via les algorithmes Ac1,AC3, etc.

Exercice 5 On initialise le domaine de la variable représentant la première colonne à $D(X_1) = [1]$ Appliquer l'algorithme AC1.

Corrigé 5 On prend $C = C_1 \wedge C_2$

On appelle C_ij la contrainte entre les variables $X_i$et X_j, qui a la propriété d'être symétrique
reviser (C12,X2) avec X1 : D(X2)={3,4}
reviser (C13,X3) avec X1 : D(X3)={2,4}
reviser (C23,X3) avec X2 : D(X3)={2,4}

Et de même D(X4)={2,3}, etc ..
On recommence avec (C23,X3), (C24,X4), etc. jusqu'à ce que tous les domaines soient vides - stabilisation (donc pas de solution).

Exercice 6 On initialise maintenant le domaine de la variable représentant la première colonne à $D(X_1) = [2]$ Appliquer l'algorithme AC3.

Corrigé 6 On initialise $Q \leftarrow \{(C12, X2), (C13, X3), (C14, X4)\}$
reviser (C12,X2) avec X1 : D(X2)={4}, $Q \leftarrow \{(C13, X3), (C14, X4), (C23, X3), (C24, X4)\}$
reviser (C13,X3) avec X1 : D(X3)={1,3},$Q \leftarrow \{(C14, X4), (C23, X3), (C24, X4), (C34, X4)\}$
reviser (C14,X4) avec X1 : D(X4)={1,3,4}, $Q \leftarrow \{(C23, X3), (C24, X4), (C34, X4)\}$
reviser (C23,X3) avec X2 : D(X3)={1}, $Q \leftarrow \{(C24, X4), (C13, X1), (C34, X4)\}$
reviser (C24,X4) avec X2 : D(X4)={1,3}, $Q \leftarrow \{(C13, X1), (C34, X4), (C14, X1)\}$
reviser (C13,X1) avec X3 : D(X1)={2}, inchangé donc $Q \leftarrow \{(C34, X4), (C14, X1)\}$

reviser(C34,X4) avec X3 : D(X4)=3,$Q \leftarrow \{(C14, X1), (C24, X2)\}$

reviser(C14,X1) ne change rien
reviser(C24,X2) ne change rien