EISTI - DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUES

EXAMEN DE LOGIQUE COMPUTATIONNELLE

27 novembre 2006 - **DURÉE 2h00**

CORRIGÉ

Exercice 1 CALCUL DES PROPOSITIONS

Soit le texte suivant :

S'il ne fait pas beau, je vais à l'école en voiture. S'il fait beau, je ne mets pas de veste. Aujourd'hui j'ai mis ma veste. Donc je vais à l'école en voiture.

(1) Traduire ce texte en logique des propositions.

Sol.- Propositions : b = "il fait beau", a ="je vais à l'école en voiture", v = "je mets ma veste".

P1 $\neg b \rightarrow a$

P2 $b \rightarrow \neg v$

P3 $\rightarrow v$

(2) Donner, en la justifiant, la valeur de vérité du raisonnement de ce texte. Sol.- La question posée est $a \rightarrow$

(a) En appliquant la logique des propositions, on obtient :

(b) $v \rightarrow \neg b$ contrapositive de (P2)

(c) $\rightarrow \neg b$ modus ponens entre (P3) et (a)

(d) $\rightarrow a$ modus ponens entre (b) et (P1).

Autre solution :

(a) $\rightarrow \neg b$ modus tollens entre (P3) et (P2)

(b) $\rightarrow a$ modus ponens entre (a) et (P1).

Exercice 2 CALCUL DES PRÉDICATS

Le BDS de l'EISTI organise son annuel tournoi de Ping Pong. L'ensemble des étudiants est invité à y participer. Les participants seront répartis dans 2^k poules au sein desquelles ils rencontreront l'ensemble de leurs adversaires. Lorsque tous les matches de poules auront eu lieu, le vainqueur de chaque poule (celui ayant le plus grand nombre de victoires) sera qualifié pour le tour suivant. Il rencontrera alors le vainqueur d'une autre poule et jouera sa qualification en un seul match, ceci jusqu'à la finale.

(1) *Modélisation en calcul des prédicats* :

– `joueur(Idetudiant)` : fonction qui indique si `Idetudiant` est inscrit au tournoi de Ping Pong

- `poule(Idpoule)` : fonction qui indique s'il y a une poule `Idpoule`.
- `joueursPoule(Idpoule)` : fonction qui retourne l'ensemble des joueurs de la poule `Idpoule`
- `joue(Idetudiant1, Idetudiant2)` : indique si `Idetudiant1` joue contre `Idetudiant2`.
- `score(Idetudiant)` : fonction qui indique le nombre de victoires d'`Idetudiant` dans la phase de poule.
- `termine(Idpoule)` : fonction qui indique si la poule `Idpoule` est terminée (tous les matchs ont eu lieu).
- `appartient(X,E)` : fonction qui indique si l'élément `X` appartient à à l'ensemble `E`.
- `supegal(X,Y)` : fonction qui indique si `X` est supérieur ou égal à `Y`.

En utilisant uniquement les fonctions ci-dessus, donner une formulation en logique des prédicats des phrases suivantes :

(a) H1 : Tous les joueurs sont inscrits dans une poule.

Sol.- $\forall X joueur(X)$
$\wedge \exists Y poule(Y)$
$\wedge appartient(X, joueursPoule(Y))$

(b) H2 : Un match oppose deux joueurs de la même poule.

Sol.- $\forall X joueur(X)$
$\wedge \forall Y joueur(Y)$
$\wedge joue(X,Y)$
$\rightarrow \exists Z poule(Z)$
$\wedge appartient(X, joueursPoule(Z))$
$\wedge appartient(Y, joueursPoule(Z))$

(c) H3 : Le vainqueur de la poule A joue contre le vainqueur de la poule B.

Sol.- $termine(A)$
$\wedge termine(B)$
$\wedge \exists X joueur(X)$
$\wedge appartient(X, joueursPoule(A))$
$\wedge \forall Y joueur(Y)$
$\wedge appartient(Y, joueursPoule(A))$
$\wedge supegal(score(X), score(Y))$
$\wedge \exists Z joueur(Z)$
$\wedge appartient(Z, joueursPoule(B))$
$\wedge \forall W joueur(W)$
$\wedge appartient(W, joueursPoule(B))$
$\wedge supegal(score(Z), score(W))$
$\rightarrow joue(X,Z)$

(2) *Démonstration en calcul des prédicats* :

En reprenant les hypothèses H1, H2 et H3, calculées à à la question précédente, peut-on montrer que si J1 est dans la poule A et J2 est dans la poule B, alors ils ne peuvent jouer l'un contre l'autre que s'ils sortent vainqueur de leur poule.

Si c'est la cas démontrez le, sinon donnez un contre exemple et modifiez vos hypothèses pour qu'on puisse le démontrer.

Sol.- L'hypothèse H1 autorise un étudiant à être dans plusieurs poules. Donc J2 peut être à la fois dans la poule B et dans la poule A, et peut donc jouer contre J1 sans être vainqueur de la poule B. Afin d'y remédier il faut transformer H1 afin de s'assurer que chaque joueur soit inscrit dans exactement une poule.

Exercice 3 INTERPRÉTATION

Soit un langage du premier ordre avec

- constantes a, b, c et
- prédicats $p/_1, q/_1, r/_1$.

Soit l'univers du discours $\mathcal{U} = \{\text{Toto, Bibi, Coco}\}$ pour lequel nous avons établi l'interprétation I ci-dessous :

- $I(a) = \text{Toto}$;
- $I(b) = \text{Bibi}$;
- $I(c) = \text{Coco}$;
- $I(p(X)) = \{\text{Toto, Coco}\}$;
- $I(q(X)) = \{\text{Toto, Bibi, Coco}\}$;
- $I(r(X)) = \emptyset$.

Donner, en la justifiant, la valeur de vérité des formules suivantes dans l'interprétation I.

(1) $p(a)$ Sol.- Vraie car $p_I(a_I) = p_I(\text{Toto}) \in \{\text{Toto, Coco}\}$ où on a noté $p_I(\cdot)$ l'interprétation $I(p(\cdot))$.

(2) $q(c)$ Sol.- Vraie.

(3) $r(b)$ Sol.- Fausse car $I(r(X)) = \emptyset$.

(4) $\exists X\, q(X)$ Sol.- Vraie pour $X = c$.

(5) $\forall X\, p(X)$ Sol.- Fausse pour $X = b$.

(6) $\forall X\, (p(x) \rightarrow q(X))$ Sol.- Vraie car $p(X), q(X)$ vraies pour $X = a$ et $X = c$ et $p(X)$ fausse pour $X = b$.

(7) $\exists X\, (q(X) \wedge \neg p(X))$ Sol.- Vraie pour $X = b$.

(8) $\neg\exists X\, r(X)$ Sol.- $\neg\exists X\, r(X) \longleftrightarrow \forall X\, \neg r(X)$ ce qui est vrai.

(9) $\exists X\, (\neg q(X) \rightarrow p(X))$ Sol.- Vraie car $q(X)$ vraie pour tout X

(10) $\exists X \neg (q(X) \rightarrow p(X))$ Sol.- Vraie pour $X = b$.

Exercice 4 FORME CONJONCTIVE NORMALE

Mettre les formules suivantes sous forme conjonctive normale

(1) $\forall X\ (p(X) \rightarrow \exists Y\ \forall X\ q(X,Y))$

Sol.-

$\forall X\ (p(X) \rightarrow \exists Y\ \forall Z\ q(Z,Y))$ Rénommage des variables

$\forall X\ (p(X) \rightarrow\ \forall Z\ q(Z,s_Y(X)))$ Fonction de Skolem

$\forall X \forall Z\ \ (p(X) \rightarrow\ q(Z,s_Y(X)))$ Passage au début de $\forall$

$(\neg p(X) \vee\ q(Z,s_Y(X)))$ Une seule clause

(2) $(\exists X\ (p(X) \rightarrow r(X) \vee \forall Y\ p(Y)))\ \wedge\ \forall X\ \exists Y\ (r(Y) \rightarrow p(X))$

Sol.-

$(\exists X\ (p(X) \rightarrow r(X) \vee \forall Y\ p(Y)))\ \wedge\ \forall Z\ \exists W\ (r(W) \rightarrow p(Z))$ Rénommage des variables

$(p(s_X) \rightarrow r(s_X) \vee \forall Y\ p(Y))\ \wedge\ \forall Z\ (r(s_W(Z)) \rightarrow p(Z))$ Fonction de Skolem

$\forall Y\ \forall Z\ (p(s_X) \rightarrow r(s_X) \vee p(Y))\ \wedge\ (r(s_W(Z)) \rightarrow p(Z))$ Passage au début de $\forall$

$(\neg p(s_X) \vee r(s_X) \vee p(Y))\ \wedge\ (\neg r(s_W(Z)) \vee p(Z))$

Exercice 5 MODÈLE D'HERBRAND ET RÉSOLUTION SLD

Soit E le programme défini suivant :

```
p(f(X)) <--
   q(a) <--
q(f(X)) <-- p(X)
 m(X,Y) <-- q(X),p(Y)
```

(1) Donner l'univers et la base d'Herbrand.

Sol.- $U_E = \{f^n(a), n >= 0\}$

$B_E = \{p(f^n(a), n >= 0\} \cup \{q(f^m(a), m >= 0\} \cup \{m(f^l(a), f^k(a)), l,k >= 0\}$

(2) Calculer le modèle minimal d(Herbrand.

Sol.-

$I_1 = \{q(a), p(f^n(a), n >= 1\}$

$I_2 = I_1 \cup \{q(f^m(a), m >= 2\}$

$I_3 = I_2 \cup \{m(a, f^k(a)), k >= 1\} \cup \{m(f^i(a), f^j(a)), i >= 2, j >= 1\}$

(3) Soit le but `B : <- m(X,Y)`. Trouver l'ensemble de réponses correctes au but `B`.

Sol.-

$\theta = \{X\texttt{f\^{}i(a), Y}f^j(a), i >= 2, j >= 1\} \cup \{X\texttt{a, Y}f^k(a), k >= 1\}$

(4) Effectuer pour le même but `B` la résolution SLD puis en déduire l'ensemble des réponses calculées.

Sol.-

$RepCalculée = \{X_0\texttt{f\^{}2(X\_3), Y\_0}f(X_1)\} \cup \{X_0\texttt{a, Y}f(X_1)\}$

(5) Associer à chaque réponse calculée, une réponse correcte filtrée en précisant la substitutions filtrante qui relie les deux réponses (calculée et correcte).

Sol.- Pour chaque réponse calculée : Si elle est filtrée on trouve une réponse correcte identique, sinon, on lui associe une réponse correcte moins générale.

Exercice 6 LOGIQUE DE HOARE

(1) Soit le programme suivant

```
Debut
x <- x * y
y <- x / y
x <- x / y
Fin
```

Supposons que les conditions initiales pour ce programme sont : `x = 2, y = 3`.

On cherche à établir le triplet de Hoare pour ce programme.

(a) Écrire la précondition et le programme du triplet de Hoare.

Sol.- Précondition $\{x = 2, y = 3\}$

Programme seq($x \leftarrow x * y$, seq ($y \leftarrow x/y$, $x \leftarrow x/y$))

(b) Donner la postcondition de ce programme. Justifier votre réponse.

Sol.- Executons les séquences du programme

$\{x = 2, y = 3\}$ $x \leftarrow x * y$ $\{x = 6, y = 3\}$

$\{x = 6, y = 3\}$ $y \leftarrow x/y$ $\{x = 6, y = 2\}$

$\{x = 6, y = 2\}$ $x \leftarrow x/y$ $\{x = 3, y = 2\}$

Donc postcondition $\{x = 3, y = 2\}$

(2) Soit le programme suivant

```
Debut
si x < y alors z <- y - x
sinon z <- 0
fin si
Fin
```

qui fournit comme résultat une valeur pour `z` positive.

On cherche à établir le triplet de Hoare pour ce programme.

(a) Écrire le programme et la postcondition du triplet de Hoare.

Sol.- Programme : cond($x < y$, $z \leftarrow y - x$, $z \leftarrow 0$) Postcondition $\{z > 0\}$

(b) Donner la précondition de ce programme. Justifier votre réponse.

Sol.- Nous avons selon l'hypothèse les triplets de Hoare suivants :

Hypothèse : $x < y$.

$\{y - x > 0\}$ cond($x < y$, $z \leftarrow y - x$, $z \leftarrow 0$) $\{z > 0\}$

Hypothèse : $x \leq y$

$$\{y - x \leq 0\} \text{ cond}(x < y,\ z \leftarrow y - x,\ z \leftarrow 0)\ \{z = 0\}$$

Donc precondition $\{y - x > 0\}$

EISTI - DÉPARTEMENTS MATHÉMATIQUES – INFORMATIQUE

EXAMEN DE LOGIQUE COMPUTATIONNELLE

3 février 2006 – **DURÉE 2h00**

Exercice 1 – Calcul Propositionnel

(1) Soit l'énoncé suivant:

— Si un étudiant ne travaille pas, il ne validera pas l'Informatique et les Maths.

— S'il ne valide pas les Maths il redouble.

— S'il ne valide pas l'Informatique il redouble également.

En considérant les variables propositionnelles suivantes :

— T : Un étudiant travaille

— M : Un étudiant valide les Maths

— I : Un étudiant valide l'Informatique

— R : un étudiant redouble

modéliser cet énoncé en calcul propositionnel et montrer que de cet enoncé on peut déduire que si un étudiant ne travaille pas, alors il redouble.

SOL. Formules :

— $\neg T \to \neg M \vee \neg I$

— $\neg I \to R$

— $\neg M \to R$

Conclusion : $\neg T \to R$

Preuve :

T	M	I	R	$\neg T \to \neg M \vee \neg I$	$\neg I \to R$	$\neg M \to R$	$\neg T \to R$	*Validite*
F	F	F	F	T	F	F	F	T
F	F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	F	F	T
F	T	F	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T	T
T	F	F	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T	T
T	T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T

(2) Soit l'énoncé suivant :

Si un étudiant ne valide pas l'Informatique alors il redouble ou il valide les Maths.

L'étudiant X traduit cet énoncé par la formule suivante

$\neg I \to (R \vee M)$

(a) Trouver, à partir de cette formule, un contre exemple à l'affirmation suivante : Si un étudiant valide les Maths et l'Informatique, alors il ne redouble pas.

(b) Que pouvez vous en déduire ?

(c) Quelle erreur a fait l'étudiant X ? Corrigez sa formule et vérifiez que l'affirmation précédente est maintenant une conséquence logique de l'énoncé.

SOL. Conclusion : $(I \wedge M) \rightarrow \neg R$

Preuve :

M	I	R	$\neg I \rightarrow (R \vee M)$	$(I \wedge M) \rightarrow \neg R$	$Validite$
F	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	T	T	T	F	F

La dernière ligne n'est pas valide. Pour l'interprétation de M, I, R à "Vrai", l'affirmation n'est pas une conséquence logique de l'énoncé.

La modélisation de l'énoncé est incomplète

L'étudiant X a utilisé un "ou" au lieu d'un "ou exclusif"

La formule correcte aurait été: $\neg R \rightarrow (M \vee I) \wedge \neg(M \wedge I)$

(3) Le professeur de Logique a écrit une table de vérité en plaçant les lignes au hasard. Au moment de l'impression, son imprimante n'avait plus d'encre et a laissé quelques cases vides. Complétez la table de vérité.

A	B	C	$B \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$	$(A \vee B) \wedge C$
	T	F		F	F
	F	F		F	F
	F	F		T	
F	T	T			T
	F	T		T	
T	T		T		
			T	F	T
F			F	T	F

Exercice 2 – Calcul des prédicats

Un grand centre de (contre-)espionnage, appelé CIA-KGB, comprend 15 laboratoires de recherches et investigations (LRI) dont les accès sont limités à certaines catégories d'employés. Chaque LRI a un identifiant unique qui est pris parmi les lettres entre A et Y. Toutes les entrées aux LRI et à l'édifice lui-même sont contrôlées par un scanneur rétinien. Le centre emploie 350 personnes qui sont identifiées par un numéro unique comportant quatre chiffres. Le premier chiffre (c.-à-d. le chiffre le plus à gauche) indique l'étage sur lequel l'employé travaille. Les trois autres chiffres résultent d'un algorithme de cryptage sur le profil rétinien de l'employé.

On définit les éléments suivants :

— `employes(IdEmpl)` : fonction qui indique s'il y a un employé avec l'identifiant `IdEmpl`.

- `laboRI(IdLRI)` : fonction qui indique s'il y a un labo avec l'identifiant `IdLRI`.
- `emplLabo(IdLRI)` : fonction qui retourne l'ensemble des employés qui ont accès au LRI dont l'identificateur est `IdLRI`.
- `occupe(IdLRI)` : fonction qui retourne l'ensemble des employés qui sont à un instant donné dans le LRI dont l'identificateur est `IdLRI`.
- `faitPartie(X,E)` : fonction qui indique que `X` est un élément de l'ensemble `E`.
- `diff(X,Y)` : fonction qui indique que `X` est différent de `Y`.
- L'entrée principale est identifiée par la lettre Z et est considérée comme un LRI.
- Le directeur du centre porte le numéro 0000.
- Tout le personnel de la direction a un numéro inférieur à 0100 et travaille donc au rez-de-chaussée.

Pour les réponses aux questions suivantes vous devez utiliser seulement les fonctions données ci-dessus.

(1) Donner une formulation en logique des prtédicats des phrases suivantes :

(a) Tous les employés ont accès à certains LRI.

SOL.- $\forall X$ `employes(X)` $\wedge$ $\exists Y$ `laboRI(Y)` $\wedge$ `faitPartie(X,occupe(Y))`.

(b) Certains des LRI sont accessibles par une seule personne qui est le directeur.

SOL.- $\exists Y$ `laboRI(Y)` $\wedge$ `faitPartie(0000,occupe(Y))` $\wedge$
$\forall X$ diff(X,Y) $\wedge$ $\neg$`faitPartie(X,occupe(Y))`

(c) Les employés qui ont accès aux LRI G et S ne peuvent avoir accès au LRI Y.

SOL.- $\forall X$ `employes(X)` $\wedge$ `faitPartie(X,emplLabo(G))` $\wedge$ `faitPartie(X,emplLabo(S))` $\rightarrow$
$\neg$`faitPartie(X,emplLabo(Y))`

(d) Chaque LRI non vide est occupé par des personnes ayant accès à ce LRI.

SOL.- $\forall Y$ `laboRI(Y)` $\wedge$ `diff(`$\emptyset$`,emplLabo(Y))` $\wedge\forall X$ `employes(X)` $\wedge$`faitPartie(X,occupe(Y))`
$\rightarrow$`faitPartie(X,emplLabo(Y))`

(e) Quels sont les constantes, les foncteurs et les prédicats que vous avez utiliser pour répondre à la question précédente ?

SOL.- Constantes : `0000`. Foncteurs : `emplLabo, occupe`. Prédicats : `employes, laboRI, faitPartie`.

(2) Soit la phrase suivante : Si le directeur du centre est absent, il faut qu'au moins deux employés du personnel de la direction soient présents dans le LRI B.

(a) Donner la formulation de cette phrase en logique des prédicats.

SOL.- $\forall Y$ `laboRI(Y)` $\wedge$ $\neg$`faitPartie(0000,occupe(Y))`
$\rightarrow \exists 0X_1X_2X_3$ $\wedge$ `faitPartie(`$0X_1X_2X_3$`,emplLabo(Y))` $\wedge\exists 0Y_1Y_2Y_3$ $\wedge$
`faitPartie(`$0Y_1Y_2Y_3$`,emplLabo(Y))` $\wedge$ `diff(`$0X_1X_2X_3$, $0Y_1Y_2Y_3$`)` $\wedge$
`faitPartie(`$0X_1X_2X_3$`,occupe(b))` $\wedge$`faitPartie(`$0Y_1Y_2Y_3$`,,occupe(b))`

(b) Écrire la proposition contrapositive en logique des prédicats.

SOL.- $\neg$[$\exists 0X_1X_2X_3$ $\wedge$`faitPartie(`$0X_1X_2X_3$`,emplLabo(Y))`
$\wedge\exists 0Y_1Y_2Y_3$ $\wedge$`faitPartie(`$0Y_1Y_2Y_3$`,emplLabo(Y))` $\wedge$`diff(`$0X_1X_2X_3$`,`$0Y_1Y_2Y_3$`)`
$\wedge$`faitPartie(`$0X_1X_2X_3$`,occupe(b))` $\wedge$`faitPartie(`$0Y_1Y_2Y_3$`,,occupe(b))`] $\rightarrow$
$\neg$[$\forall Y$`laboRI(Y)` $\wedge$ $\neg$`faitPartie(0000,occupe(Y))`]

(c) Écrire la proposition inverse en logique des prédicats.

SOL.- [$\exists 0X_1X_2X_3 \wedge$ `faitPartie`$(0X_1X_2X_3,$ `emplLabo(Y)`)
$\wedge \exists 0Y_1Y_2Y_3 \wedge$ `faitPartie`$(0Y_1Y_2Y_3,$ `emplLabo(Y)`)
$\wedge$`diff`$(0X_1X_2X_3, 0Y_1Y_2Y_3) \wedge$ `faitPartie`$(0X_1X_2X_3,$ `occupe(b)`) $\wedge$ `faitPartie`$(0Y_1Y_2Y_3,,$ `occupe(b)`)

Exercice 3 – Modèles de Herbrand et Unification

(1) Soit le programme suivant:

```
E = { travail(etudiant(X)) \rightarrow valide(etudiant(X),X), valide(X,ING3)
                            --> diplome(X) }
```

Ce programme permet de tester si un étudiant valide son année d'ING3 lui permettant d'obtenir son diplôme.

(a) Calculer l'univers de Herbrand de ce programme $\mathcal{U}_E$.
(b) Calculer la base de Herbrand de ce programme $\mathcal{B}_E$.
(c) Calculer l'opérateur de conséquence immédiate de ce programme jusqu'à l'ordre 2 : $\mathcal{T}_E(\mathcal{B}_E), \mathcal{T}_E(\mathcal{T}_E(\mathcal{B}_E))$
On vous rappelle la définition de l'opérateur de conséquence immédiate :
Soit E un programme défini. L'opérateur de conséquence immédiate $T_E : \mathcal{P}(\mathcal{B}_E) \rightarrow \mathcal{P}(\mathcal{B}_E)$ est défini par:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\mathcal{B}_E) \ni I \mapsto \mathcal{T}_E(I) = \{ & A \circ \sigma_f / A \circ \sigma_f \leftarrow B_1 \circ \sigma_f, \cdots, B_n \circ \sigma_f \\ & \text{où } (A \leftarrow B_1, \cdots, B_n) \in E \\ & \text{et } \{B_1 \circ \sigma_f, \cdots, B_n \circ \sigma_f\} \subseteq I \} \end{aligned}$$

(d) En déduire une interprétation de ce programme qui est aussi un modèle

SOL.
$\mathcal{U}_E = \{E^n(ING3)/n \geq 0\}$
$\mathcal{B}_E = \{V(E^k(ING3), E^l(ING3)), T(E^m(ING3)), D(E^n(ING3))/k,l,m,n \geq 0\}$
$\mathcal{T}_E(\mathcal{B}_E) = \{V(E(ING3), ING3)\}$ avec $\sigma = (X/ING3)$
$\mathcal{T}_E(\mathcal{T}_E(\mathcal{B}_E)) = \{D(E(ING3))\}$ avec $\sigma = (X/E(ING3))$
$I = \{V(E(ING3), ING3), T(E(ING3)), D(E(ING3))\}$

(2) Appliquer l'algorithme d'unification aux programmes suivants:

(a) $E_0 = \{valide(X,Y), valide(TOTO, ING3)\}$
(b) $E_1 = \{valide(etudiant(X),X), valide(TOTO, ING3)\}$
(c) $E_2 = \{valide(etudiant(X),X), valide(X, ING3)\}$
(d) $E_3 = \{valide(etudiant(X),X), valide(Y,Y)\}$

Exercice 4 – Résolution SLD

Soit le programme défini suivant :

```
p(X,Y)<- q(X),r(Y).
q(X)<- m(X).
```

```
r(Y).
m(a).
m(b).
```

---

(1) En utilisant les dérivations SLD, trouver toutes les réponses calculées au but : `<- p(X,b)` et ensuite au but : `<- p(a,X)` .

SOL.-

```
<- p(X,b) <- q(X),r(b) <- m(X), r(b) <-m(a), r(b) : Rep1=(X|a)
<- p(X,b) <- q(X),r(b) <- m(X), r(b) <-m(b), r(b) : Rep2=(X|b)
<- p(a,X) <- q(a),r(X) <- m(a), r(X) : Rep3=epsilon
```

(2) Parmi les réponses calculées trouvées en 1, quelles sont les réponses considérées correctes ? Quel est le rapport avec le modèle minimal de Herbrand ?

SOL.- Rep1 et Rep2 sont correctes car il filtre le but. p(a,b) et p(b,b) appartiennent au modèle minimal de Herbrand.

(3) Trouver toutes les réponses calculées au but : `<- p(X,Y)` .

SOL.-
En effectuant deux dérivations SLD nous trouvons :$Rep4 = (X$a) $ etRep5=(Xb) $\\

(4) Le modèle minimal de Herbrand étant égal à :
`{r(a),r(b),m(a),m(b),q(a),q(b),p(a,a),p(a,b),p(b,a),p(b,b) },`
utiliser ce modèle pour trouver toutes les réponses correctes au but : `<- p(X,Y)` .
Trouver ensuite, pour chacune, la relation avec la réponse calculée correspondante.
SOL.- Le modèle minimal de Herbrand (calculé via l'operateur de la conséquence immédiate):

$$\{r(a),r(b),m(a),m(b),q(a),q(b),p(a,a),p(a,b),p(b,a),p(b,b)\}$$

les réponses correctes :

```
$$Rep6=\{X|a,Y|a\}=\{Y|a\}\circ Rep4$$.
$$Rep6=\{X|a,Y|b\}=\{Y|b\}\circ Rep4$$.
$$Rep8=\{X|b,Y|a\}=\{Y|a\}\circ Rep5$$.
$$Rep9=\{X|b,Y|b\}=\{Y|b\}\circ Rep5$$.
```