Gestion financière

- *Fond de roulement :* Capitaux propres + Dettes financières - Immobilisations

- *Besoin de fond de roulement :* Stock + Clients – Fournisseurs

- *OCT :* Négociation de personne à personne

- *Emprunt obligatoire :* emprunt où on émet des obligations (obligation dépend du risque)

- *Action :* contrat par lequel l'entreprise s'engage à verser chaque année à une date non précisée, un montant non précisé qu'on appelle dividende. Le dividende est réparti uniformément (chaque action rapporte le même montant) et indéfiniment (jusqu'à la cession des activités de l'entreprise). De plus, le fait de posséder une action donne un droit d'accès aux informations (livre des comptes) ainsi qu'un droit de vote.

- *Obligation classique :* contrat par lequel l'entreprise dénommée emprunteur s'engage à verser à des dates fixes un montant fixe (si les obligations sont à taux fixes) et le nominal à échéance.

- *Obligation conversible :* obligation à taux fixe avec le droit de changer l'obligation contre un nombre prédéterminé d'actions de la société émettrice.

- *Marché primaire :* marché où les entreprises trouvent les capitaux qui leurs sont nécessaires.

- *Marché secondaire :* marché financier dans lequel les prix des titres financiers sont négociés et fixés.

Analyse du marché : différentes méthodes d'actualisation des actions

- ✓ Obligation : on considère l'obligation suivante

$$-P_0 + \sum_{i=1}^{10} \frac{c_i}{(1+\tau)^i} + \frac{P_0}{(1+\tau)^{10}} = 0\,,\ \ c_i\ montant\ donné$$

- ✓ Taux d'actualisation : on appelle taux d'actualisation, noté τ, le taux qui permet d'annuler la quantité précédente. On appellera r le taux d'intérêt sans risque de la banque.

- ✓ *Modèle d'Irving-Fisher :* les dividendes sont constants tout au long de la vie de l'entreprise

$$-P_0 + \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{D_i}{(1+\tau)^i} = -P_0 + D.\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{(1+\tau)^i}$$

$$=> P_0 = D.\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1-\left[\frac{1}{(1+\tau)}\right]^n}{1-\frac{1}{(1+\tau)}} - 1\right) = \frac{D.\frac{1}{(1+\tau)}}{1-\frac{1}{(1+\tau)}} = D.\frac{1}{\tau}$$

On appelle P.E.R. (price earning ration) la quantité $\frac{1}{\tau}$. Plus le PER est petit, plus une action set valable.

- ✓ *Modèle de Gordon-Shapiro :* les dividendes augmentent de manière constante

$$D_1 = D_0(1+g)$$
$$D_2 = D_1(1+g) = D_0(1+g)^2$$
$$=> \ -P_0 + D_0 \sum_{i=1}^{+\infty} \left(\frac{1+g}{1+\tau}\right)^i\ avec\ g < \tau$$
$$P_0 = D_0.\frac{(1+g)}{(\tau - g)}$$

- ✓ *Modèle de Molodowski :* il considère trois périodes distinctes, à savoir :
  - 0 -> 2/3 ans : G est constant
  - 3 -> 6 ans : G décroit linéairement
  - Après 6 ans : G vaut 0

On appelle marché mono périodique un marché dans lequel il n'existe que deux dates : celle de début t=0 et celle de fin t=1. Entre ces deux périodes, on ne relève aucune activité.

On note S_0^n la nième action à la date t = 0. On note S_0^0 l'action dite sans risque (⇔ compte en banque). On a la relation suivante dans le cas de l'action sans risque : $S_0^1 = S_0^0(1+r)$ avec r taux sans risque.

On définit un ensemble $\Omega = (\omega_1, \dots, \omega_K)$ avec $P(\omega_j) > 0 \ et \ \sum_{i=1}^{K} P(\omega_i) = 1.$ Donc à l'instant t=1, S_0^n dépend de ω_i.

Un porte feuille est un ensemble $(\theta_1, \dots \theta_N)$ qui représente le nombre d'actions que nous avons de chaque actif. Il y a en plus le cas particulier de la banque, $\theta_0$représente la quantité d'argent que nous avons dans le compte.

La valeur d'un portefeuille $V_\theta = \sum_{i=0}^{N} \theta_i {S_T}^i (w)$.

On note le gain à l'instant T : $G_T = V_T(\omega) - V_0$.

On appelle rendement/rentabilité d'une action le rapport : $R = \frac{S_T^i}{S_0^i}$.

On définie υ, un vecteur qui contient la proportion de notre portefeuille de départ que nous avons investi dans chaque actif :

$$\upsilon = \left[\frac{\theta_i S_0^i}{V_0(\theta)}\right]$$

On note Y la matrice des scénarios possibles des différents actifs :

$$Y = \begin{array}{cccccc} & S_1 & S_2 & \dots & S_N \\ \omega_1 & x_{1,1} & x_{2,1} & \dots & x_{N,1} \\ \omega_2 & x_{1,2} & x_{2,2} & \dots & x_{N,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_K & x_{1,K} & x_{2,K} & \dots & x_{N,K} \end{array}$$

On note D^{-1}l'inverse de la matrice diagonale des actifs initiaux :

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_0^1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \frac{1}{S_0^N} \end{bmatrix}$$

On note la matrice de rendement R définie par :

$$R = Y.D^{-1}$$

Le produit Rυ donne le résultat des opérations à l'instant t=1 en fonction de ω.

On appelle OPPORTUNITE D'ARBITRAGE la possibilité de gagner de l'argent sans investir. Il en existe de deux types :

1. Premier type d'arbitrage

   - $V_0(\theta) = 0$
   - $V_T(\theta) \geq 0 \Rightarrow il\ existe\ k\ /\ V_T(\theta) > 0.$

2. Second type d'arbitrage

   - $V_0(\theta) < 0$
   - $V_T(\theta) \geq 0$

On appelle vecteur de prix le vecteur B tel que :

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \dots \\ \beta_K \end{pmatrix} et\ S_0^i = \sum_{p=1}^{K} S_T^i(\omega_p)\beta_p$$

Un actif sans risque est un actif qui prend la même valeur quelque soit l'état de la nature.

Le payoff d'un actif est le payement que l'on touche en fonction de l'état de la nature.

Un produit dérivé est un produit dont le pay-off dépend d'un autre produit que l'on appelle le sous-jacent. Le sous-jacent étant une action, on aura $X = f(S)$.

Un porte feuille de couverture est un porte feuille donnant exactement le même pay-off que le porte feuille qu'il couvre.

Un portefeuille est duplicable ssi il existe $\theta_1 et\ \theta_2, pour\ tout\ \omega_p, V_T(\theta_1) = V_T(\theta_2\,)$.

Un call est un produit dérivé qui donne le droit et non l'obligation d'acheter à un prix donné K (appelé strike) à un instant donné T (maturité) un sous-jacent.

$$X = (S_T - K)_+\ avec$$
$$\begin{cases} S_T - K\ si\ S_t \geq K \\ 0\ si\ S_T < K \end{cases}$$

Un put est un produit dérivé qui donne le droit et non l'obligation de vendre à un prix donné K (appelé strike) et à un instant donné (maturité) un sous-jacent.

$$X = (K - S_T)_+\ avec$$
$$\begin{cases} K - S_T\ si\ S_t \leq K \\ 0\ si\ S_T > K \end{cases}$$

Théorème : On dit que dans un marché, il y a absence d'opportunité d'arbitrage ssi $\beta_p > 0 \; pour \; tout \; p.$

Théorème : on dit que dans un marché, il y a absence d'opportunité d''arbitrage ssi $\theta_1 et \; \theta_2 \; tq \; V_T(\theta_1) = V_T(\theta_2 \;) pour \; tout \; \omega_p => V_0(\theta_1) = V_0(\theta_2 \;).$

Parité put(p)/call(c) : $c + \frac{K}{1+r} = p + S_0$

Un marché est complet lorsque l'on a autant d'actifs indépendants que d'états ω_p.

Marche à suivre pour résoudre un problème.
On nous donne les valeurs des actions à l'état initial

$$(S_0^1, S_0^2 \dots, S_0^N)$$

Ainsi que les différents états de la nature :

$$Y = \begin{array}{ccccc} & S_T^1 & S_T^2 & \dots & S_T^N \\ \omega_1 & x_{1,1} & x_{2,1} & \dots & x_{N,1} \\ \omega_2 & x_{1,2} & x_{2,2} & \dots & x_{N,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_K & x_{1,K} & x_{2,K} & \dots & x_{N,K} \end{array}$$

1. ***<u>On calcule les prix du marché β_p.</u>***

→ On résout ${}^{T}R * \beta = 1$ avec $\beta_i > 0\ car\ AOA$:

$$\begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,K} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N,1} & x_{N,2} & \dots & x_{N,K} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \dots \\ \beta_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

<u>Remarque :</u> Si K > N, alors il y a des degrés de liberté … le résultat est donc un ou des intervalles ($\beta_i > 0$).

2. ***<u>On en déduit le taux sans risque du marché.</u>***

→ On résout $\frac{1}{1+r} = \sum_{i=1}^{K} \beta_i$

<u>Remarque :</u> Si K > N, alors il y a des degrés de liberté … r peut alors prendre une valeur parmi un intervalle. En général, on prend la moyenne arithmétique entre la borne inférieure et la borne supérieure.

3. ***<u>On trouve le prix d'un call (ou put) quelconque ($\sum S_T^j$) avec un strike K.</u>***

→ On calcule la somme des payoffs des actifs concernés par le call pour chaque nature (pour chaque ω_i) : $X(\omega_i)$.

→ On en déduit alors le coût du call :

$$c = \sum_{x=1}^{K} \beta_i X(\omega_i)$$

<u>Remarque :</u> On peut déduire rapidement le coût d'un put équivalent par la formule $c + \frac{K}{1+r} = p + S_0$.

4. ***On trouve le portefeuille de couverture du call (ou put).***

→ On détermine le porte feuille $V_0(\theta)(\omega_2) = \theta_1 S_0^1 + \cdots + \theta_N S_0^N$ qui satisfait les conditions du call, c'est-à-dire que l'on cherche $(\theta_1, \dots \theta_N)$ tel que l'on ait :

$$V_T(\theta)(\omega_1) = \theta_1 S_T^1 + \cdots + \theta_N S_T^N = X(\omega_1)$$
$$V_T(\theta)(\omega_2) = \theta_1 S_T^1 + \cdots + \theta_N S_T^N = X(\omega_2)$$
$$\dots$$
$$V_T(\theta)(\omega_K) = \theta_1 S_T^1 + \cdots + \theta_N S_T^N = X(\omega_K)$$

Remarque : on peut inclure dans le calcul ci-dessus l'argent que l'on a en compte en banque $\theta_0$en revendant par exemple les parts de l'actif S^N. On rappelle que S_T^0 vaut 1+r.

Exemple :