

# Courrigé Probos - Rattrapage 2012 (suite)

Titre de la note

19/05/2013

I  $X$  suit  $\mathcal{N}(5, 1)$

$Y$  suit  $\mathcal{N}(3; 0,69) \rightarrow \sigma = 0,83$

$$1) P(X \geq 7) = P(U \geq 2) = 1 - P(U \leq 2) = 1 - 0,977$$

$U = X - 5$  suit  $\mathcal{N}(0, 1)$

$$\Rightarrow \underline{P(X \geq 7) = 0,023 = 2,3\%}$$

2)  $X$  et  $Y$  sont indépendantes

$\Rightarrow Z = X - Y$  suit  $\mathcal{N}(2; 1,69) \rightarrow \sigma = 1,3$

3)  $V = \frac{Z - 2}{1,3}$  suit  $\mathcal{N}(0, 1)$

$$P(Z \geq 0) = P\left(V \geq -\frac{2}{1,3}\right) = 1 - P\left(V \leq \frac{2}{1,3}\right) = 1 - P(V \leq 1,5)$$

$$P(Z \geq 0) = 1 - 0,933 = 0,067 = \underline{\underline{6,7\%}}$$

$$\underline{G = \exp(3X - 13)}$$

4)  $G$  prend ses valeurs dans  $]0, +\infty[$

$$\Rightarrow \underline{\text{support de } G = D_G = ]0, +\infty[}$$

$$5) F_G(t) = P(G \leq t) = 0 \quad \text{si } t \leq 0$$

$$\text{si } t > 0 \quad F_G(t) = P(\exp(3X - 13) \leq t)$$
$$= P(3X - 13 \leq \ln t)$$

$$= P\left(X \leq \frac{1}{3} \ln t + \frac{13}{3}\right)$$

$$= P\left(U \leq \frac{1}{3} \ln t + \frac{13}{3} - 5\right)$$

$$= P\left(U \leq \frac{1}{3} \ln t - \frac{2}{3}\right) = F_U\left(\frac{1}{3} \ln t - \frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow F_G(t) = \begin{cases} F_U\left(\frac{1}{3} \ln t - \frac{2}{3}\right) & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t \leq 0 \end{cases} \quad \text{où } U \text{ suit } \mathcal{U}(0,1)$$

6) Par dérivation

$$f_G(t) = \begin{cases} \frac{1}{3t} f_U\left(\frac{1}{3} \ln t - \frac{2}{3}\right) & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

7)  $P(G > \alpha) = 0,64 \Rightarrow P(G \leq \alpha) = 0,36 = F_G(\alpha)$

$$= F_U\left(\frac{1}{3} \ln \alpha - \frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow P\left(U \leq \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \ln \alpha\right) = 0,64$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \ln \alpha = 0,36$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \ln \alpha = \frac{2}{3} - 0,36$$

$$\Rightarrow \ln \alpha = 2 - 1,08 = 0,92 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2,5}$$