

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs

PROBABILITES

Devoir surveillé n° 1 donné le 9 février 2007
(Durée 1h.30m)

I (8 Pts.)

La desserte de travail de Toto possède trois tiroirs contenant chacun des disquettes formatées pour un Mac et des disquettes formatées pour un PC qui sont indiscernables au toucher.

Dans le premier tiroir, il y a 5 disquettes pour le Macintosh et 4 disquettes pour le PC. Dans le deuxième tiroir, il y a 9 disquettes pour le Mac et 3 disquettes pour le PC. Dans le troisième tiroir, il y a 3 disquettes pour le Mac et 7 disquettes pour le PC.

Quand on ouvre un tiroir au hasard : La probabilité d'ouvrir le premier tiroir est égale à 0,3 alors que la probabilité d'ouvrir le deuxième tiroir est égale à 0,5.

a) On ouvre le premier tiroir et on prend deux disquettes au hasard dans ce tiroir. Calculer la probabilité de prendre deux disquettes pour Macintosh. Calculer la probabilité de prendre deux disquettes différentes.

b) On ouvre un tiroir au hasard et on prend deux disquettes au hasard dans ce tiroir. Calculer la probabilité de prendre deux disquettes différentes.

c) On ouvre un tiroir au hasard et on prend une disquette au hasard dans ce tiroir. Sachant que la disquette est pour le Mac, calculer la probabilité d'avoir ouvert le premier tiroir.

II (7 Pts.)

Un joueur lance deux dés équilibrés et il observe la somme des résultats sur les dés. Le joueur est déclaré gagnant s'il obtient un 7 ou un 11 et perdant s'il obtient un 2 ou un 12. Tout autre résultat n'implique aucun jugement.

a) Déterminer l'espace de probabilité initial de l'expérience aléatoire du lancement des deux dés.

b) Soit X la variable aléatoire qui représente la somme des résultats sur les 2 dés. Déterminer l'espace de probabilité induit par cette variable aléatoire X son support et sa fonction de masse.

c) Soit Y la variable aléatoire qui représente le gain du joueur. Si le joueur gagne ou perd 10 euros selon le cas, déterminer le support de cette nouvelle variable. Trouver la fonction de masse et la fonction de répartition de Y . Donner les représentations graphiques correspondantes.

III (5 Pts.)

Juliette emprunte quotidiennement la ligne A du RER (pour aller de la gare de Lyon à l' *E.I.S.T.I*) et elle est souvent en retard à cause des "problèmes techniques" du train.

Les responsables ont informé Juliette sur la fiabilité des horaires affichés, en lui affirmant qu'il faut qu'elle prévoit en moyenne 10 minutes de retard chaque fois qu'elle prend le RER A . Déterminer l'espace fondamental Ω de ce phénomène aléatoire.

i) Soit T la variable aléatoire qui représente le temps de retard du train. Est-elle continue ou discrète ?

Pourriez-vous définir son support ?

Vérifier que la fonction suivante $f_T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une bonne fonction de densité pour la variable aléatoire T , et qu'elle correspond bien au support que vous proposez.

$$f_T(t) = \left\{ \begin{array}{ll} (0,1)e^{-(0,1)t} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{array} \right\}$$

ii) Déterminer la fonction de répartition de T , et vérifier bien ses principales propriétés.

iii) Sachant que le train a déjà un retard de 8 minutes, déterminer la probabilité pour que Juliette attende encore 5 minutes de plus.