E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.1
le 10 novembre 2009

1

i) Montrer que si $\mathcal{A}$ est une tribu sur Ω et si $\forall\, i \geq 1 \;\; A_i \in \; \mathcal{A}$ alors

$$\bigcap_i A_i \in \mathcal{A}$$

ii) Soit $\{\mathcal{A}_i \;\; i \in I\}$ une famille de tribus sur Ω où I est un ensemble d'indices quelconque. Montrer que $\bigcap_i \; \mathcal{A}_i$ est aussi une tribu sur Ω.

iii). Soient $A, \; B$ sous-ensembles de Ω.

a) Décrire la tribu engendrée par A . Justifier votre réponse.

b) Décrire la tribu engendrée par A et B. Justifier votre réponse.

2

i) On lance simultanément une pièce de monnaie et un dé et on observe les faces supérieures présentées après le lancer. En désignant les faces de la pièce par Π (pile) et F (face)respectivement et celles du dé par $1, \; 2, \; 3, \; 4, \; 5, \; 6$, déterminer l'espace échantillon (espace des états ou ensemble fondamental) associé à cette expérience aléatoire.

ii) Même question que précédemment pour l'expérience suivante : On lance un dé jusqu'à ce que l'on obtienne 6 pour la troisième fois et l'on observe le nombre de lancers nécessaires pour atteindre ce but .

iii) Même question que précédemment pour l'expérience suivante : Pendant une période de temps donnée, on compte le nombre d'automobiles traversant le poste de péage d'un pont.

iv) Pour l'expérience du ii) décrire les sous-ensembles de Ω correspondant aux événements suivants :

a) Le troisième 6 apparaît au septième lancer.

b) Le troisième 6 est obtenu après le septième lancer mais avant le douzième.

c) Le troisième 6 n'est pas obtenu durant les cinq premiers lancers.

3

On lance deux dés et on observe le nombre de points sur la face supérieure de chaque dé. Représenter les événements suivants par les sous ensembles de l'espace échantillon.

i) Le nombre de points sur chaque face est supérieur à 3.

ii) Le nombre total de points est 8.

iii) Le nombre total de points est supérieur à 9.

iv) Sur chaque face, il y a un nombre pair de points .

v) Sur l'une des faces, il y a un nombre pair de points et, sur l'autre il y a plus de cinq points.

4

En utilisant les opérations de réunion d'intersection et de complément, représenter les événements suivants.

i) Au moins un des événements A, B se réalise.

ii) Les événements A, B se réalisent.

iii) Exactement un des événements A, B se réalise.

iv) Aucun des énénements A, B ne se réalise.

v) Au moins un des événements A, B, C se réalise.

vi) Au moins deux des événements A, B, C se réalisent.

vii) Exactement un des événements A, B, C ne se réalise pas.

viii) Exactement un des événements A, B, C se réalise .

ix) Aucun des événements A, B, C ne se réalise .

x) A ne se réalise pas mais au moins un des événements B, C se réalise.

xi) Les événements A, B, C se réalisent.

5

Pour un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$,

$$\text{si : } P[A] = 0,3, \quad P[B] = 0,2 \text{ et } \quad P[A \cap B] = 0,1$$

déterminer les probabilités des événements suivants :

i) Au moins un des événements A, B se réalise.

ii) Aucun des événements A, B ne se réalise.

iii) A ne se réalise pas mais B se réalise .

iv) Exactement un des événements A, B se réalise.

6

Supposons que pour un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ on a :

$$P[A] = \frac{1}{2}, \quad P[B] = P[C] = \frac{1}{6},$$

où A, B, et C sont mutuellement exclusifs.

Evaluer les probabilités suivantes :

- a) $P[A^c \cap B^c]$;
- b) $P[A^c \cap B^c \cap C^c]$;
- c) $P[A^c \cap B^c \cap C]$;
- d) $P[B - A]$;
- e) La probabilité qu' exactement un des événements A, B et C se réalise.

7

Pour un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, si $\{A_1, A_2, ...\}$ est une suite finie ou dénombrable d'événements appartenant à $\mathcal{A}$,

i) Montrer l'inégalité de Boole :

$$P[\bigcup_i A_i] \leq \sum_i P[A_i]$$

ii) Montrer l'inégalité :

$$P[\bigcap_i A_i] \geq 1 - \sum_i P[A_i^c]$$

8

Supposons que pour un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ on a :

$$P[A] = \frac{1}{2}, \ \ P[B] = 0,1, \ P[C] = 0,3.$$

Si possible trouver la valeur exacte des probabilités suivantes.

Sinon, à partir de l'information disponible, déterminer les meilleures bornes inférieures et supérieures possibles et justifier vos conclusions.

- a) $P[B^c]$;
- b) $P[B \cup C]$;
- c) $P[A^c \cup B^c]$;
- d) $P[B \cap C] + P[B^c \cap C]$;
- e) $P[A \cap B^c]$

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.2
le 17 novembre 2009

1

i) On s'intéresse au nombre de clients passants à une station de service durant une période de temps indéterminée.
Pour cette expérience aléatoire construire un espace probabilisé en définissant :

$$\forall \text{ événement élémentaire } \omega \in \Omega, \quad P[\{\omega\}] = \frac{e^{-1}}{\omega!}.$$

(Vérifier que P est une mesure de probabilité).
Calculer la probabilité de l'événement A suivant :
$A =$\{" au plus un client"\}

ii)
Pour la même expérience définir la "probabilité élémentaire" par :

$$\forall \text{ événement élémentaire } \omega \in \Omega, \quad P[\{\omega\}] = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{\omega}}{\omega!},$$

où λ est un nombre réel positif.
Vérifier si P est vraiment une mesure de probabilité.

2

Pour chacune des expériences aléatoires suivantes déterminer un espace échantillon permettant l'utilisation du modèle uniforme.

i) La répartition du sexe dans les familles comptant n enfants.

ii) Le lancer d'un dé équilibré n fois.

iii) Une main de k cartes distinctes d'un jeu de 52 cartes :
$(1 \leq k \leq 52)$.

iv) La répartition de 6 erreurs de frappe dans un texte de 7000 mots.

v) On analyse la répartition des accidents d'automobiles sur les ponts de la Seine au centre de Paris entre 10 heures et 11 heures chaque jour de la semaine.
On supposera que durant cette heure 3 accidents se produisent chaque jour de la semaine et qu'il n'arrive jamais plus d'un accident dans la même seconde.

3

Supposons que le modèle uniforme régisse l'expérience aléatoire consistant à engendrer les nombres
$00, 01, ..., 99$.
(On interprétera le nombre $0X$ comme étant X). Déterminer la probabilité des événements suivants :

i) Le nombre est supérieur à 81.

ii) Le nombre est inférieur à 31 et impair .

iii) Le nombre est divisible par 7 .

4

i) On lance un dé non truqué 12 fois. Quelle est la probabilité pour l'événement A défini par :
A = {"chaque face du dé se présente exactement deux fois"}

ii) Dans une urne contenant n boules distinctes, on choisit p boules au hasard et avec remise. Quelle est la probabilité pour l'événement A défini par :
A = {"toutes les boules choisies sont distinctes"}.

5

On choisit au hasard 3 jockeys parmi 10 afin de participer aux trois premières courses d'un programme.

Déterminer la probabilité :

a) que les trois jockeys soient différents,

b) qu'un jockey participe à exactement deux courses,

c) que le même jockey participe aux trois courses.

6

On choisit au hasard et avec remise 4 chiffres parmi $\{0, 1, ..., 9\}$.
Trouver la probabilité qu'un résultat contienne :

a) aucune répétition (4 chiffres différents),

b) une répétition (une paire et deux chiffres distincts),

c) deux répétitions (trois chiffres identiques ou deux paires),

d) trois répétitions (le même chiffre répété quatre fois).

7

a .) Un professeur distribue au hasard à ses 5 élèves leurs copies de devoirs.
Déterminer la probabilité pour que :
- i) chacun des 5 élèves reçoive la copie portant son nom.
- ii) l'élève Pierre reçoive sa copie.
- iii) l'élève Pierre et l'élève Paul reçoivent leur copie respective.
- iv) l'élève Pierre ou l'élève Paul reçoive sa copie.

b.) Dans un bureau le polycopieur tombe en panne 6 fois durant une semaine de 5 jours.
On s'intéresse à la répartition des pannes parmi les jours de la semaine en supposanrt que celles-ç se produisent au hasard.
En utilisant le modèle uniforme , calculer la probabilité de l'événement :

$$A = \text{"On a au moins une panne chaque jour"}$$

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.3
le 24 novembre 2009

1

Soient $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espace de probabilité et $B_1,\ B_2, \ldots,\ B_n$ d'éléments de la tribu $\mathcal{A}$ telle que : $P[B_1 \cap B_2 \ldots, \cap B_{n-1}] > 0$.

Montrer que :

$$P[\bigcap_{i=1}^{n} B_i] = P[B_n | \bigcap_{i=1}^{n-1} B_i]\ P[B_{n-1} | \bigcap_{i=1}^{n-2} B_i] \ldots P[B_2|B_1]\ P[B_1]$$

2

On considère M cellules distinctes.

On distribue au hasard N boules dans les cellules $(N \leq M)$ et on s'intéresse à l'événement A :

$$A = \{\text{“les } N \text{ premières cellules sont occupées”}\}.$$

Calculer (d'après le modèle uniforme) la probabilité $P[A]$ dans les cas suivants :

a.1) Les N boules sont distinctes et on accepte plus d'une boule dans une même cellule.

a.2) Les N boules sont distinctes et on n'accepte pas plus d'une boule dans une même cellule.

b.1) Les N boules sont identiques et on accepte plus d'une boule dans une même cellule.

b.2) Les N boules sont identiques mais on ne permet pas la répétition des boules dans une cellule.

3

On lance un dé et on associe à cette expérience aléatoire l'espace de probabilité $(\Omega,\ \mathcal{A},\ P)$ avec la mesure de probabilité P définie par :

ω	1	2	3	4	5	6
$P[\{\omega\}]$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Considérer les événements A et B définis par :

A = {“un résultat inférieur à 5” } ;

B = { “un résultat pair ” } Déterminer l'espace de probabilité conditionnelle par rapport à B, $(\Omega, \mathcal{A}, P_B)$, et calculer la probabilité conditionnelle $P[A|B]$.

4

On tire au hasard deux des chiffres de 1 à 9 . Sachant que la somme obtenue est paire, calculer la probabilité P pour que les deux chiffres soient impairs.

5

- **i)**
  Soient : $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espace de probabilité , X une variable aléatoire sur $(\Omega, \mathcal{A})$ et F_X, p_x , la fonction de répartition et la fonction de masse correspondantes.
  Montrer les propriétés suivantes :
  a) $0 \leq F_X(x) \leq 1, \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$.
  b) F_X est non décroissante.
  c) $\lim_{x\to-\infty} F_X(x) = 0, \quad et \lim_{x\to+\infty} F_X(x) = 1$
  d) F_X est continue à droite.
  e) $\lim_{y\to x,\, y<x} F_X(y) = F_X(x) - p_X(x)$.

- **ii)**
  Soient : $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espace de probabilité , X une variable aléatoire sur $(\Omega, \mathcal{A})$ et F_X, p_x , la fonction de répartition et la fonction de masse correspondantes.
  Montrer les propriétés suivantes (calcul de la probabilité pour que X prenne une valeur dans un intervalle quelconque à l'aide de F_X et de p_x) pour tout $a,\ b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$:
  a) $P_X[\,]a,\ b]\,] = F_X(b) - F_X(a)$;
  b) $P_X[\,]a,\ b[\,] = F_X(b) - F_X(a) - p_X(b)$
  c) $P_X[\,[a,\ b[\,] = F_X(b) - F_X(a) + p_X(a) - p_X(b)$
  d) $P_X[\,[a,\ b]\,] = F_X(b) - F_X(a) + p_X(a)$
  e) $P_X[\,]a,\ \infty[\,] = 1 - F_X(a)$
  f) $P_X[\,[a,\ \infty[\,] = 1 - F_X(a) + p_X(a)$
  g) $P_X[\,]-\infty,\ b[\,] = F_X(b) - p_X(b)$

6

Soit l'expérience aléatoire de l' observation du temps de fonctionnement T (en jours) d'une certaine machine **avant la première panne**. On lui associe l'espace de probabilité $(\Omega,\ \mathcal{A},\ P)$ avec :

$$\Omega = [0,\ +\infty[; \quad \mathcal{A} = \mathcal{R}_{[0,+\infty[}$$

et pour tout $A \in \mathcal{A}$, on définit la probabilité :

$$P[A] = \frac{1}{5}\int_A \exp(-\frac{t}{5})dt$$

i) Soit B l'événement :
  {"plus de 8 jours de fonctionnement avant la première panne"}.
  Calculer la probabilité $P[B]$.
  Si la machine fonctionne depuis 8 jours sans panne, quelle est la probabilité qu'elle fonctionne entre 10 et 12 jours sans panne ?

ii) Soit D l'événement :
  {"plus de 10 jours de fonctionnement avant la première panne"}.
  Calculer la probabilité $P[D|B]$.

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.4
le 2 décembre 2009

1

i)

Soient les événements :

A= {"une famille a des enfants des deux sexes"} et

B= {"une famille a au plus un garçon"}

a) Montrer que A et B sont des événements indépendants si une famille a trois enfants.

b) Montrer que A et B sont des événements dépendants si une famille a deux enfants.

ii) On jette trois fois une pièce de monnaie bien équilibrée.

Considérons les événements :

A = {"le premier jet donne face"} ;

B = {"le second jet donne face"} ;

C = {"deux jets consécutifs donnent face"}

Etudier l'indépendance ou dépendance (deux à deux) de ces événements.

2

i) Soit X une variable aléatoire continue définie sur $(\mathbb{R},\ \mathcal{R})$ avec fonction de densité f_X symétrique par rapport à un point $c \in \mathbb{R}$.

Montrer que si l'espérance μ_X existe alors $\mu_X = c$

ii) Soit X une variable aléatoire continue définie sur $(\mathbb{R},\ \mathcal{R})$, et telle que la fonction $h(c) = E[(X-c)^2]$ existe pour tout $c \in \mathbb{R}$. Montrer que la fonction h admet un minimum pour $c = \mu_x$.

iii)

– a) Soit X la variable aléatoire qui représente la note des étudiants à un examen. Si la moyenne et l'écart type sont 74 et 12 respectivement, calculer les résultats en unités centrées réduites des étudiants ayant obtenu les notes :

$$65; \quad 74; \quad 86; \quad 92.$$

– b) Reprendre l'expérience précédente, et calculer les notes correspondantes aux résultats centrés réduits suivants :

$$-1; \quad 0,5; \quad 1,25; \quad 1,75.$$

3

On a volé la Joconde. Deux ans plus tard en perquisitionnant chez un collectionneur, la police retrouve Mona Lisa.

Un doute plane sur l'authenticité de la toile retrouvée. On estime à 80% la probabilité pour que ça soit celle que Léonard a peinte.

On consulte alors deux experts en peinture de la Renaissance.

Le premier qui se trompe une fois sur cinq, déclare que le tableau est authentique.

Le deuxième qui se trompe deux fois sur onze, annonce que c'est une copie. Les conclusions des experts sont indépendantes.

Calculer la probabilité d'avoir retrouvé la Joconde authentique.

4

On considère l'expérience aléatoire consistant à lancer deux fois une pièce de monnaie bien equilibrée et définissons la variable aléatoire X comme étant le nombre de piles obtenues.

a) Déterminer l'espace image de la variable aléatoire X .

b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

c) Donner la fonction de répartition F_X et la fonction de masse p_X et tracer leur graphiques.

5

Un joueur lance un dé équilibré et gagne 10 euros si le résultat est pair, il perd 10 euros si le résultat est "1", ou "3" et ne perd ou ne gagne rien si le résultat est "5". Décrire la variable aléatoire représentant le gain du joueur ainsi que sa loi de probabilité.

Donner la fonction de répartition, la fonction de masse et tracer leurs graphiques.

Calculer la moyenne et la variance de cette variable aléatoire.

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.5
le 9 décembre 2009

1

On a volé la Joconde. Deux ans plus tard en perquisitionnant chez un collectionneur, la police retrouve Mona Lisa. Un doute plane sur l'authenticité de la toile retrouvée. On estime à 80% la probabilité pour qu'elle soit celle que Léonard a peinte.

On consulte alors deux experts en peinture de la Renaissance. Le premier qui se trompe une fois sur cinq, déclare que le tableau est authentique. Le deuxième qui se trompe deux fois sur onze, annonce que c'est une copie. Les conclusions des experts sont indépendantes.

Calculer la probabilité d'avoir retrouvé la Joconde authentique.

2

i) On considère l'expérience aléatoire consistant à lancer deux fois une pièce de monnaie bien equilibrée et définissons la variable aléatoire X comme étant le nombre de piles obtenues.

- a) Déterminer l'espace image de la variable aléatoire X .
- b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- c) Donner la fonction de répartition F_X et la fonction de masse p_X et tracer leur graphiques.

ii) On choisit au hasard et sans remise trois boules d'une urne contenant 4 boules rouges et 6 boules noires.

Si X représente le nombre de boules rouges dans l'échantillon choisi, vérifier que X est bien une variable aléatoire. Décrire la loi de probabilité de X. Donner la fonction de répartition, la fonction de masse et tracer leurs graphiques. Calculer la moyenne et la variance de cette variable aléatoire.

3

i) Un joueur lance un dé équilibré et gagne 10 euros si le résultat est pair, il perd 10 euros si le résultat est “1”, ou “3” et ne perd ou ne gagne rien si le résultat est “5”. Décrire la variable aléatoire représentant le gain du joueur ainsi que sa loi de probabilité. Donner la fonction de répartition, la fonction de masse et tracer leurs graphiques. Calculer la moyenne et la variance de cette variable aléatoire.

ii) Les probabilités pour que trois tireurs atteignent une cible sont : $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$. Chacun tire une seule fois sur la cible.

a) Calculer la probabilité P pour que l'un d'eux exactement atteigne la cible.

b) Si seulement l'un d'eux a atteint la cible, quelle est la probabilité pourqu'il s'agisse du premier tireur ?

iii) On considère un système équipé d'un détecteur de panne. On établit les constatations suivantes, de facon empirique :

- S'il y a panne, elle est détectée avec 95% de réussite .

- S'il n' y a pas de panne, l' alerte de détection fonctionne avec une probabilité de 6%.

- Une panne apparait avec une probabilité de 2%. Si l'alerte est donnée, avec quelle probabilité peut-on affirmer qu'elle ne correspond pas à une panne ? Commenter votre résultat.

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.6
le 16 décembre 2009

1

Le 14 juillet à Saint Troupaize, il fait beau sept fois sur dix.

Le comité des fêtes dispose de deux sources de prévisions météorologiques indépendantes :

- La météo nationale, qui se trompe deux fois sur cent.

- Une grenouille verte, qui se trompe une fois sur vingt.

La météo annonce de la pluie, alors que le comportement de la grenouille laisse prévoir du beau temps. **Quel est le temps le plus probable ?**

2

Soit l'expérience aléatoire de l' observation du **temps d'attente** (en min.) pour l'arrivée d'un autobus à une intersection.

On associe à ce phénomène aléatoire l'espace de probabilité $(\Omega,\ \mathcal{A},\ P)$ avec :

$$\Omega = [0,\ 8]; \quad \mathcal{A} = \mathcal{R}_{[0,8]}$$

Vérifier que l'application suivante P définie pour tout $A \in \mathcal{A}$, est une mesure de probabilité sur Ω :

$$P[A] = \int_A f(t)dt \quad \text{où} \quad f(t) = \left\{ \begin{array}{ccc} \dfrac{t}{16} & \text{si} & 0 \leq t \leq 4 \\ \dfrac{1}{2} - \dfrac{t}{16} & \text{si} & 4 < t \leq 8 \\ 0 & \text{ailleurs} & \end{array} \right\}$$

Un individu attend l'autobus depuis déjà deux minutes.

i) Déterminer l'espace de probabilité conditionnelle pour le temps que cet individu devra encore attendre.

ii) Trouver la probabilité qu'il doive attendre encore moins de 5 minutes.

4

Soient deux boîtes A et B qui contiennent respectivement 8 transistors dont 3 sont défectueux et 5 transistors dont 2 sont défectueux. Un transistor est tiré aléatoirement de chaque boîte.

a) Quelle est la probabilité pour que l'un des deux transistors soit en bon état et l'autre défectueux ?

b) Dans le cas étudié en a) quelle est la probabilité pour que le transistor défectueux soit tiré de la boîte A ?

5

Soit X une variable aléatoire définie sur $(\mathbb{R},\ \mathcal{R})$ avec fonction de densité :

$$\forall \quad x \in \mathbb{R}, \ \ f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$$

Déterminer le support, la fonction de répartition, la moyenne et la variance de X.

Calculer :

$$P[\{|X| > 2\}], \ \ P[\{|X| < 1\}], \ \ P[\{X < -3\}]$$

E.I.S.T.I. - Département Mathématiques
1re Année Ingénieurs
PROBABILITES T.D.7
le 6 janvier 2010

1

Quand on téléphone entre 18 heures et 19 heures chez Toto, on a neuf chances sur dix de tomber sur son répondeur.

Il utilise cet interlocuteur électronique lorsqu'il est là deux fois sur trois pour ne pas avoir à répondre à des oppurtuns. Quand il est absent, il l' utilise toujours.

a) Calculer la probabilité de téléphoner lorsqu'il est là.

b) On tombe sur le répondeur, calculer la probabilité pour qu'il soit là.

2

1. Déterminer la **moyenne** et la **variance** d'une variable aléatoire Binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. Calculer sa **fonction caractéristique** et sa **fonction génératrice**.
2. La probabilité pour qu'un tireur atteigne une cible est $\frac{1}{4}$.
   i) En supposant qu'il tire 7 fois quelle est la probabilité P pour qu'il atteigne la cible au moins deux fois ?
   ii) Combien de fois doit-il tirer, pour que la probabilité qu' il atteigne la cible au moins 1 fois, soit plus grande que $\frac{2}{3}$?

3

Dans une école d'ingénieurs, on suppose que le résultat (sur 100) à un examen de probabilités est aléatoire suivant une loi $\mathcal{N}(70,\ 196)$.

On désire diviser en quatre classes les résultats des étudiants qui se présentent au prochain examen, en supposant que les nombres réels positifs $C_1,\ C_2,\ C_3$, vérifient, $C_1\ >\ C_2\ > C_3$:

$A = \{$ "Un résultat supérieur ou égal à C_1" $\}$

$B = \{$ "Un résultat inférieur à C_1, mais supérieur ou égal à C_2" $\}$

$C = \{$ "Un résultat inférieur à C_2, mais supérieur ou égal à C_3" $\}$

$D = \{$ "Un résultat inférieur à C_3" $\}$

Déterminer les constantes $C_1,\ C_2,\ C_3$ afin que les classes $A,\ B,\ C,\ D$ contiennent respectivement $10\%,\ 30\%\ 45\%,\ 15\%$ des étudiants respectivement.

4

Soit X une variable aléatoire continue définie sur $(\mathbb{R},\ \mathcal{R})$ qui représente la durée de service d'une pièce d'equipement ; vérifier que f_X définie ci-dessous est une bonne fonction de densité de probabilité qu'on associera à X :

$$f_X(x) = \begin{cases} (0,001)e^{-(0,001)x} & si \qquad x > 0 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$

i) Déterminer la fonction de répartition, la moyenne et la variance.

iii) Déterminer la probabilité que la pièce d'équipement dure :

a) plus de 1000 heures, b) exactement 1000 heures, c) entre 800 et 1200 heures, d) moins de 100 heures.