
EISTI - DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUES
ANALYSE NUMÉRIQUE - LABO N° 2

31 mai 2010

MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS

Le béton est un matériau de construction, composé de ciment et d'autres éléments comme des cendres volantes (fly ash) qui est un résidu inorganique de la combustion du charbon, ciment de laitier (slag cement), qui a une forte teneur en laitier, adapté aux températures fortes, des granulats gros des roches calcaires ou du granit, des granulats fins (sable), de l'eau et d'autres adjuvants.

Le béton est un matériau dont le comportement est très complexe et, par conséquent, sa modélisation est difficile. La qualité du béton est mesurée en fonction de trois paramètres :

1. *l'affaissement*, mesuré à l'aide d'un dispositif appelé cône d'Abrams (voir figure). Pour la construction des immeubles on utilise du béton avec affaissement important, tandis pour la construction des routes on utilise du béton avec faible affaissement.

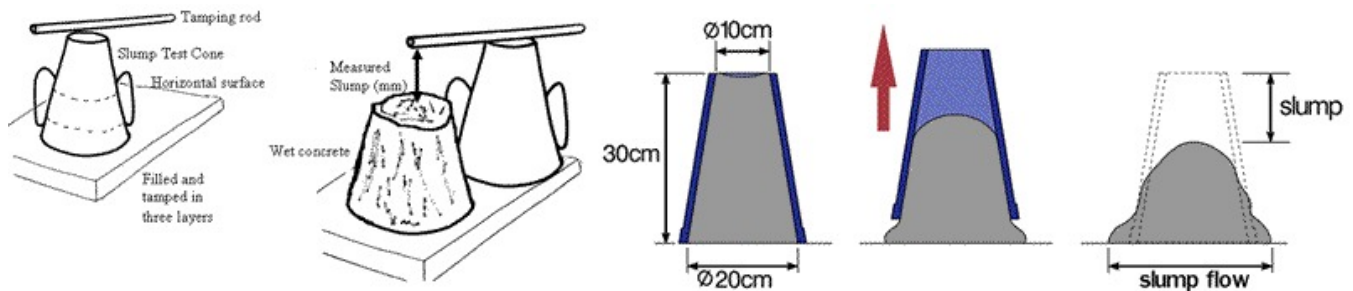


FIGURE 1 – Test de qualité du béton

2. la *viscosité*, mesurée par la vitesse d'écoulement du béton mis dans un cylindre.
3. la *résistance* à des pressions exercées perpendiculairement à son axe.

Le fichier de données *slump.data* contient 103 échantillons différents de béton. Pour chaque échantillon, nous avons 10 mesures dont 7 sont des entrées et 3 des sorties. Les entrées mesurent la composition en kg par m^3 du béton :

1. ciment ;
2. ciment laitier ;
3. cendres volantes ;
4. eau ;
5. superplasticité (des adjuvants qui améliorent la viscosité)
6. gros granulats, et
7. fins granulats.

Les sorties mesurent

1. l'affaissement (en cm) ;
2. la vitesse d'écoulement (en cm), et
3. la résistance aux pressions (en Mpa).

L'objectif de l'étude est la modélisation de chacune de variables de sortie en fonction des variables d'entrée.

1. Étapes à suivre :
2. Lire le fichier *slump.data* avec la commande `Z = read('slump.data', -1, 11)` ; et stocker les données dans le tableau *Z*, dont on ne gardera pas la première colonne.
3. Normaliser les données afin que toutes les variables aient le même intervalle de variation, par exemple $[A, B]$.

On utilisera la méthode de la normalisation max-min donnée par la formule

$$z'_{ij} = (z_{ij} - m_j) \frac{B - A}{M_j - m_j} + A$$

avec z_{ij} , z'_{ij} l'ancienne et la nouvelle valeur de la donnée du tableau *Z*, $M_j = \max_i z_{ij}$ et $m_j = \min_i z_{ij}$

4. Construire le tableau de données X en utilisant les 7 premières colonnes de Z .
5. Pour le vecteur des observations Y , utiliser à tour de rôle la variable de la 8e, 9e et 10e colonne du tableau Z et calculer le vecteur a selon la méthode des moindres carrés.
6. Évaluer la racine carrée normalisée de la somme des carrés des écarts SCE entre observation Y et estimation $\hat{Y}=X*a$.
7. Tracer les résidus et vérifier visuellement leur caractère aléatoire.
8. Utiliser la valeur de la SCE comme critère de la qualité de la méthode des moindres carrés et commenter les résultats.
9. Vérifier si nous pouvons utiliser les deux variables de sortie pour estimer la valeur de la troisième.
10. Consigner dans un rapport
 - (a) le cahier d'analyse et de programmation de votre programme ;
 - (b) les résultats numériques ;
 - (c) les graphiques des résidus, et
 - (d) vos commentaires.

Joindre le source de votre programme et envoyer le tout dans un fichier compacté (zip ou rar).

Délai de la remise du rapport : **le vendredi 18 juin.**

N.B. Pour la remise des rapports il faut à Cergy utiliser exclusivement le bouton correspondant à votre groupe de TD sur le site de `sifoci`. Toute autre méthode d'envoi des rapports ne sera pas prise en compte.