ANALYSE NUMÉRIQUE

T.P. N° 2

Vincent BELLUOT
Denis POPA

N° Groupe : A12

Observations :

Notes :	ANALYSE :		**Total :**
	RÉSULTATS :		
	PROGRAMMATION :		
	RAPPORT :		

EISTI, 14 juin 2013

Méthode des Moindres Carrés

14 juin 2013

Table des matières

$<$

1 Introduction

L'objectif de ce TP est l'application de la méthode des moindres carrés à la prévision des valeurs des séries chronologiques.
Une *série chronologique* (on dit aussi *série temporelle*) est une suite des valeurs numériques (dans notre cas réelles), indicée par le temps t

$$\text{y(0), y(1), ..., y(t), ...} \tag{1}$$

Ces valeurs représentent l'évolution au cours du temps d'un phénoèmne dont l'étude nous intéresse soit parce que nous voulons expliqer son comportement, soit parce que nous voulons prévoir son comportement. Les domaines d'applications sont extrêmement variés. Citons, à titre d'exemple, médecine, biologie, épidémiologie, traitement de données, métrologie, assurance, économétrie, finance, traitement du signal, science de la Terre, etc.
En règle générale, la prévision $\widehat{y}(t)$ de la valeur $y(t)$ à l'instant t se fait en se référant aux valeurs antérieures de y suivant un modèle. Si le modèle est linéaire, alors on peut exprimer la prévision selon la relation

$$\widehat{y}(t) = a_1 y(t-k_1) + ... + a_n y(t-k_n); a_i \in \mathbb{R}, k_i \in \mathbb{N} \tag{2}$$

où k_i représente un décalage temporel.
Il est aussi possible d'envisager que les valeurs de la variable y dépendent non seulement des valeurs antérieures de y mais aussi des valeurs d'autres variables $x_i, j = 1, ..., q$. Ainsi, dans ce cas le modèle linéaire s'écrit

$$\widehat{y}(t) = a_{01} y(t-k_{01}) + ... + a_{0n_0} y(t-k_{0n_0}) \tag{3}$$

Les valeurs des coefficients a_{ij} du modèle ainsi que les valeurs des différents décalages k_{ij} du temps ne sont pas connues e til faut donc les estimer.
En ce qui concerne les valeurs a_{ij} on pourrait envisager d'utiliser pour leur estimation la méthode des *moindres carrés*.
Par contre pour l'estimation des différents décalages k_{ij}, il y a plusieurs techniques. Ici, on effectuera une *analyse spectrale* de chaque signal x_i et aussi de y à l'aide de la fonction scilab *fft*. L'analyse spectrale d'un signal x consiste à appliquer la transformation de Fourier sur la partie $[x(1), x(2), ..., x(n)]$ du signal, avec $N = 2^r$. On considère que la période d'échantillonnage du signal y (et aussi des signaux x_i) est égal à $T = 1$ unité du temps. L'analyse spectrale fournit comme résultat le *spectre du signal*, c'est-à-dire l'amplitude du signal $|X(l)|$ pour chaque fréquence $f_l = \frac{l}{NT} = \frac{l}{N}$ du signal. En examinant le graphique

du spectre, on évalue les fréquences qui ont une grande amplitude par rapport aux autres fréquences. Ce sont essentiellement ces fréquences qui contribuent à la formation du signal. Si donc on a pour une fréquence particulière f_{l_0} une amplitude $|X(l)|$, alors le signal présente une périodicité de fréquence $\frac{l}{N}$ et qui influe pour beaucoup à la formation du signal. Il est donc possible d'estimer la valeur du signal à l'instant t en utilisant sa valeur à l'instant $t - l$. Il va de soi que ce raisonnement il faut le faire pour chaque fréquence f_l d'amplitude $|X(l)|$ importante. Cette démarche nous permet de calculer le décalage k_{ij}.

2 Programme

Le programme **TP2Note.sce** est composé de plusieurs fonctions : - Une fonction permettant de stocker les informations contenues dans le fichier 'bourse.data' dans un tableau M.

- Notre fonction main pour executer le programme qui utilise les fonctions pour répondre aux questions.

- Une fonction *moindrecarres* qui permet d'utiliser cette méthode.

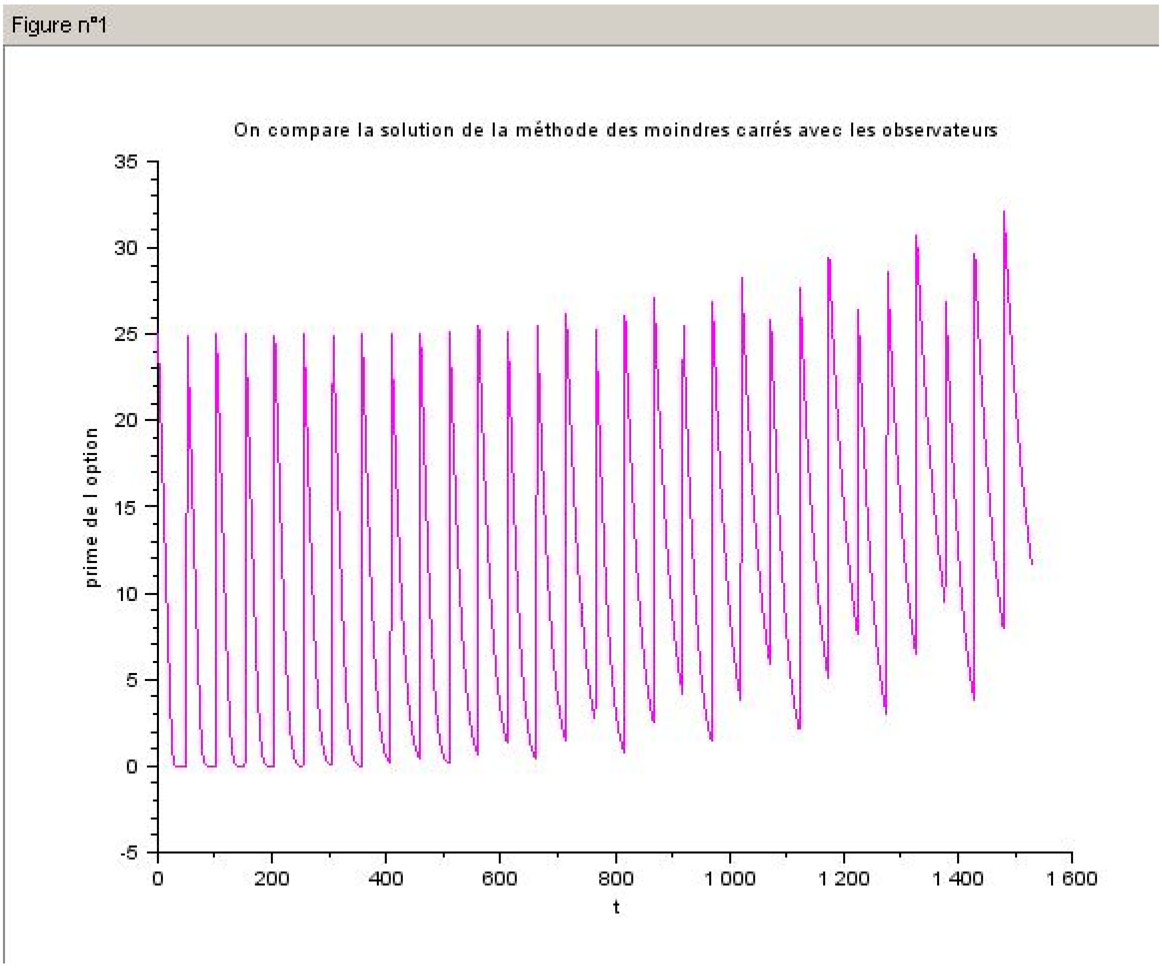
- Une fonction *graphique* qui permet d'afficher nos graphiques pour voir si notre méthode fonctionne.

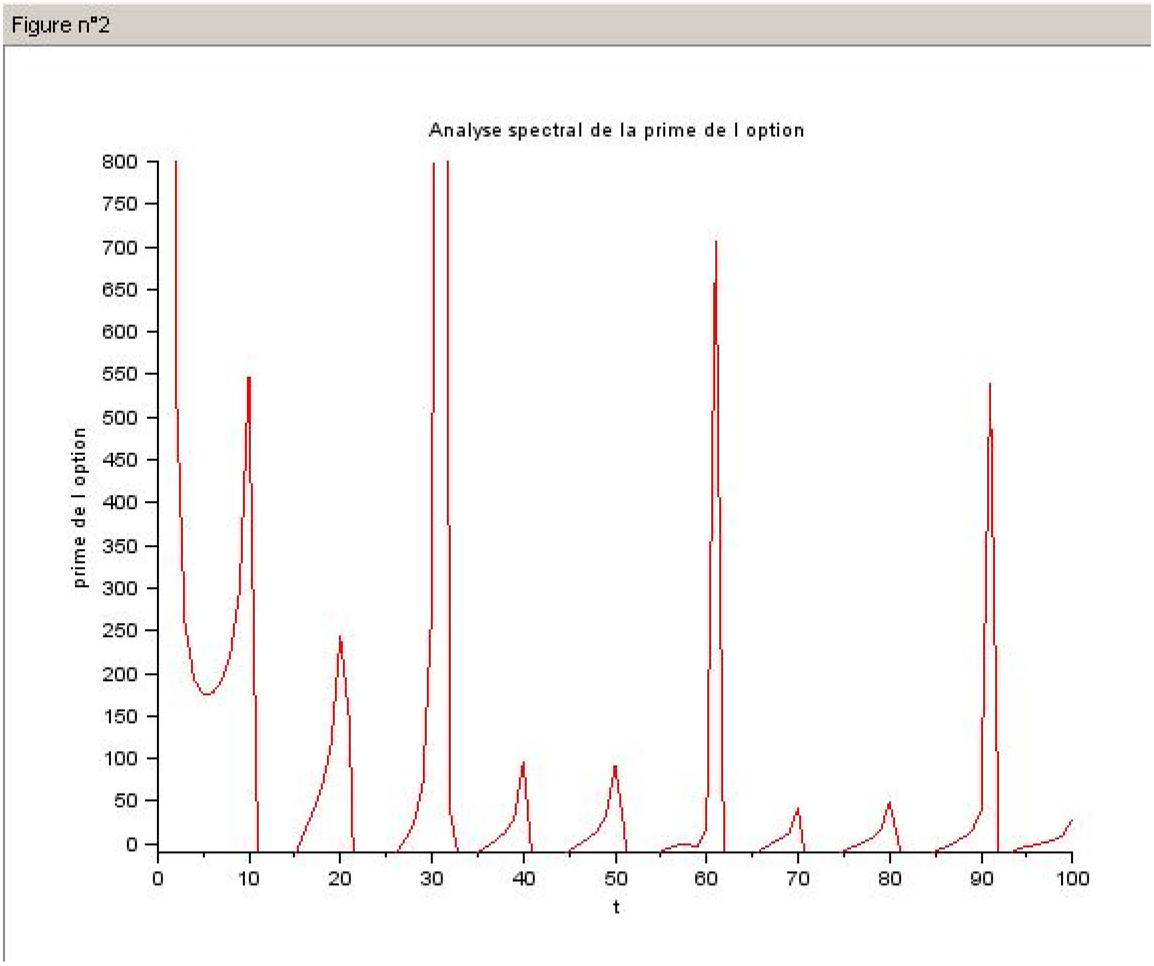
- Une fonction *analyse* qui permet d'utiliser la méthode de l'analyse spectrale.

3 Résultats

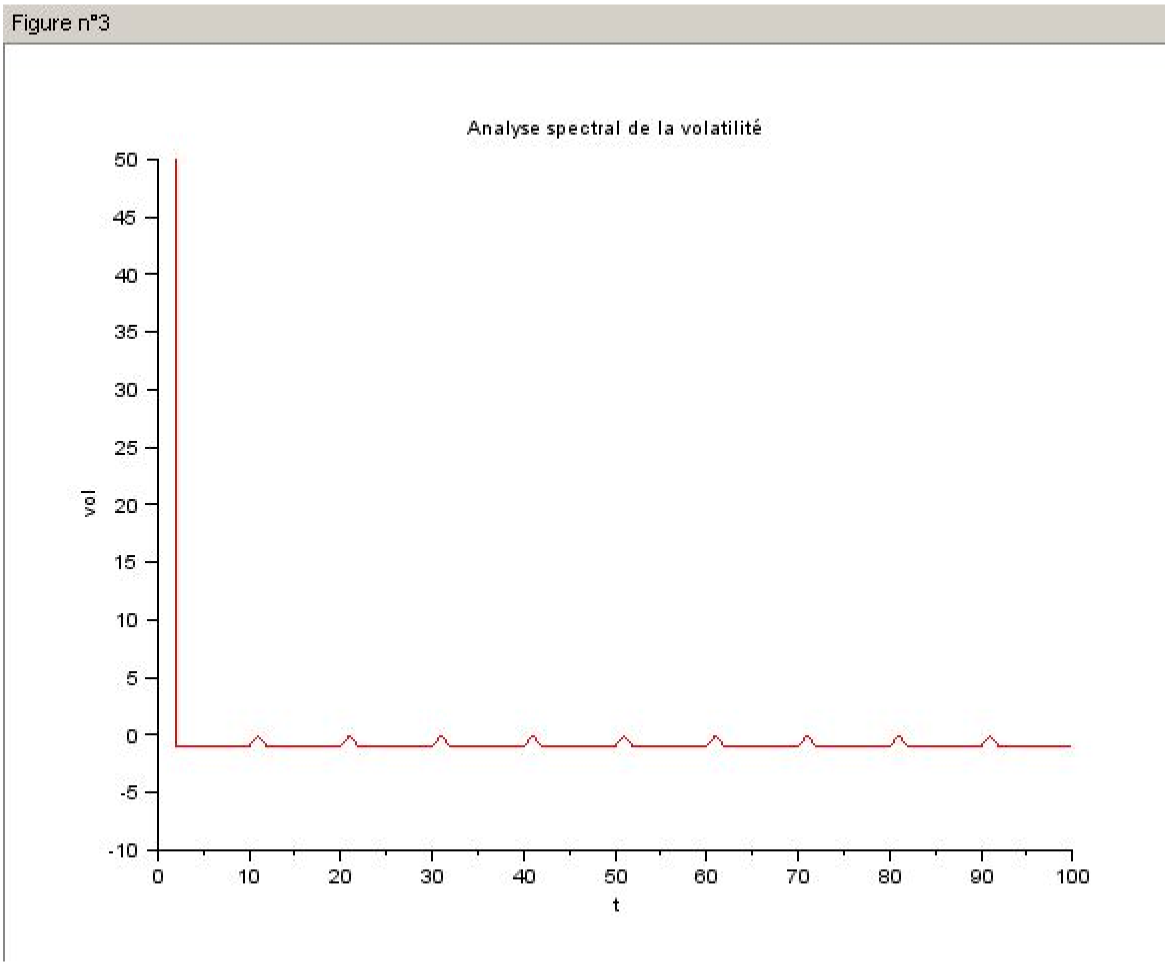
1) D'abord, on compile notre programme **TP2Note.sce**, puis, on l'exexute avec Scilab avec la commande *main()*. On remarque que notre qualité est de 11.225349.

2) En utilisant notre fonction d'analyse spectrale et grâce à nos graphiques, on trouve nos variables et nos décalages. Ainsi, une fois qu'on les a trouvé, on peut optimiser notre modèle. On a mis nos variables optimales directement dans notre programme.
Notre qualité est désormais de 0.0000001.

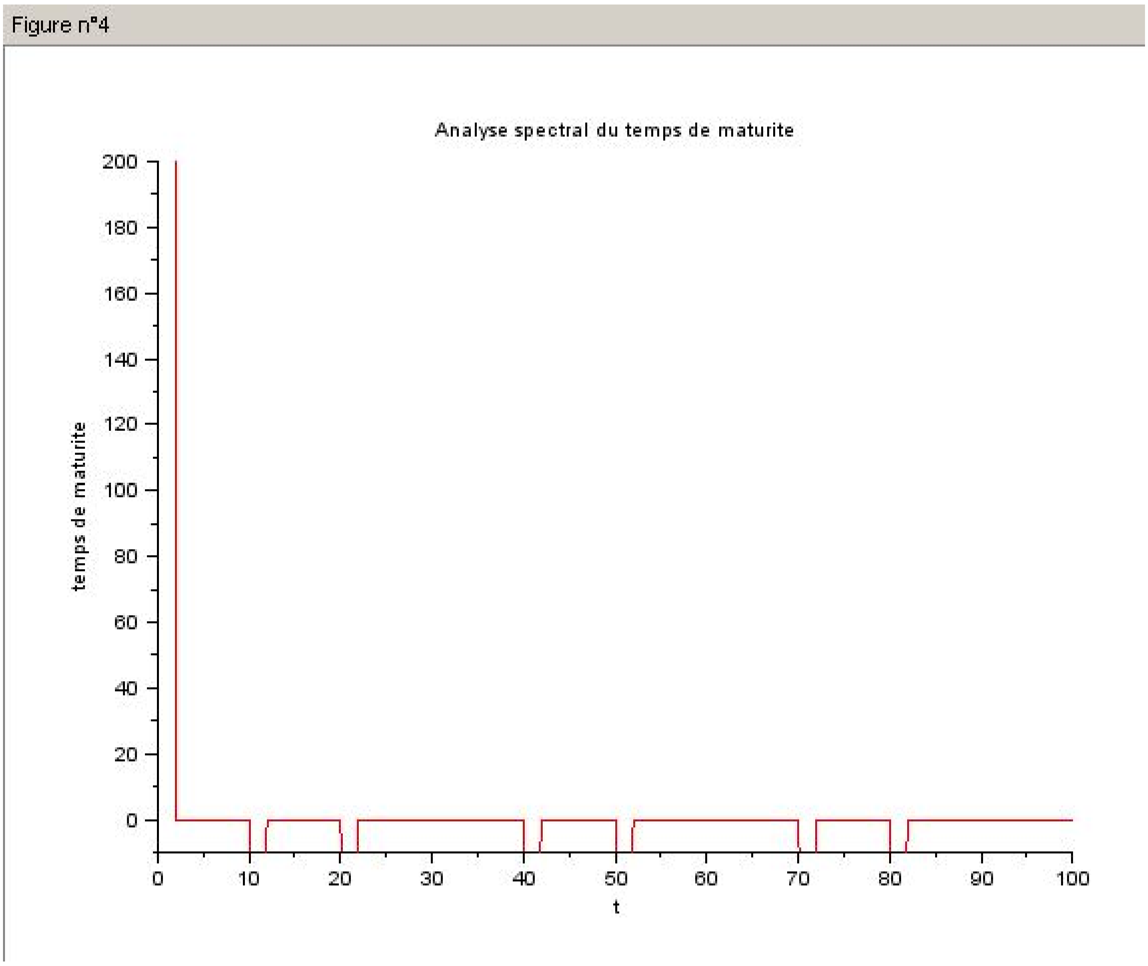




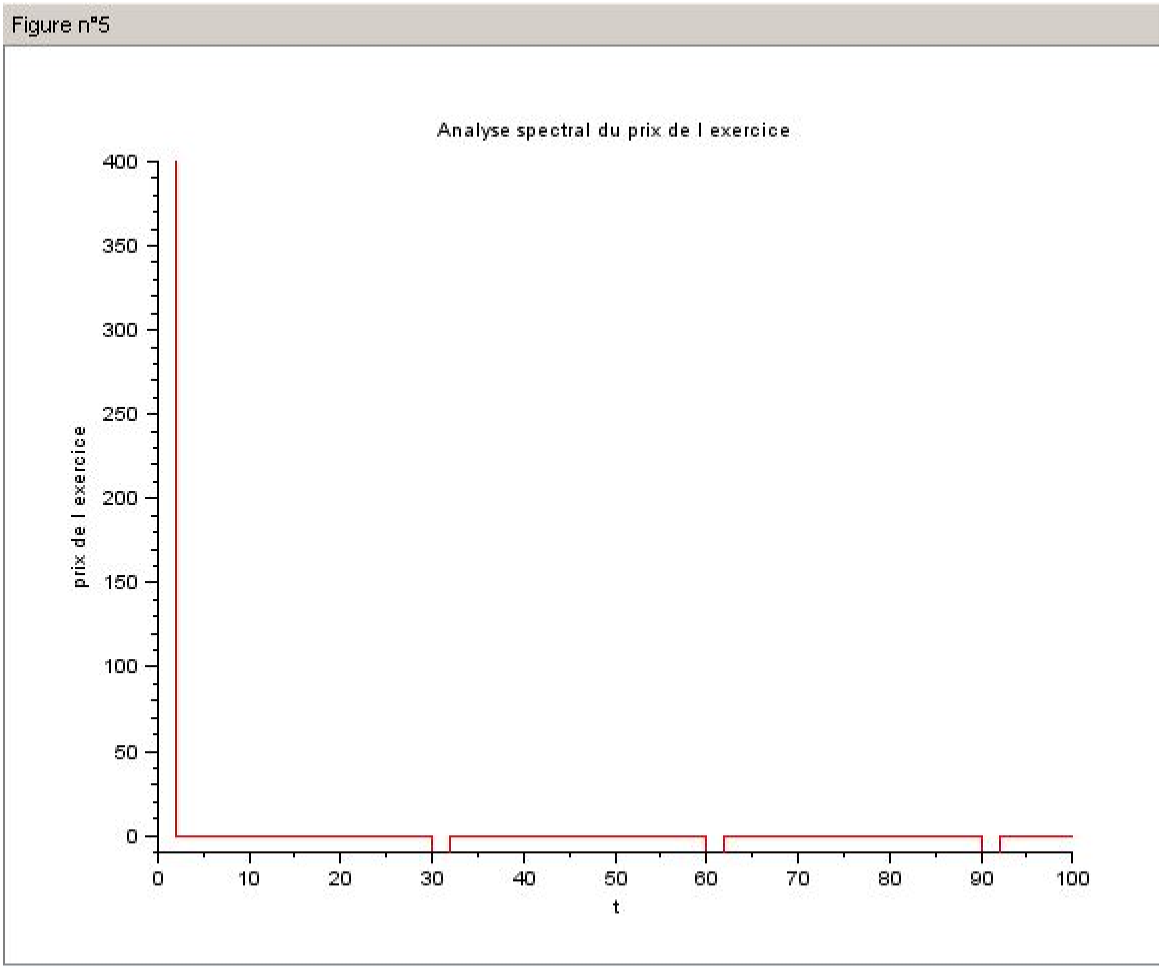
On trouve la volatilité grâce à ce graphique



On trouve la prime de l'option grâce à ce graphique



On trouve le temps de maturité grâce à ce graphique



On trouve le prix de l'exercice grâce à ce graphique

3) Pour conclure, notre étude portait exclusivement sur deux méthodes distinctes : la mt́hode des moindes carrés et la méthode d'analyse spectrale. On remarque que l'analyse spectrale permet d'optimiser notre programme et nos résultat.