École Internationale des Sciences du Traitement de l'Information

Analyse Numérique
TP 2
Méthode des moindres carrés

Groupe D :

LANZERAY Alexandre
GIBERT Aurélien

Cergy, le 12 juin 2012

Table des matières

EISTI

Chapitre 1

PREMIÈRE PARTIE

1.1 Question 1

L'objectif est de déterminer par la méthode des moindres carrés les coefficients de la combinaison linéaire.

On prend la matrice X qui prend en paramètre le classement des équipes jouant dans le championnat de handball Pro D2 saison 2011. On y retire la colonne des matchs jou'es et celle des points. On represente par le vecteur Y, le nombre de points gagnés par chaques équipes au cours de la saison.

$$Y=\begin{pmatrix} 69\\ 67\\ 63\\ 61\\ 51\\ 50\\ 50\\ 49\\ 49\\ 48\\ 48\\ 44\\ 44\\ 35 \end{pmatrix} \text{ et } X=\begin{pmatrix} 20 & 3 & 3 & 800 & 695 & 105\\ 18 & 5 & 3 & 694 & 623 & 71\\ 17 & 3 & 6 & 792 & 746 & 46\\ 16 & 3 & 7 & 707 & 672 & 35\\ 11 & 3 & 12 & 734 & 727 & 7\\ 12 & 0 & 14 & 751 & 739 & 12\\ 9 & 6 & 11 & 721 & 752 & -31\\ 10 & 3 & 13 & 702 & 733 & -31\\ 11 & 1 & 14 & 713 & 739 & -26\\ 10 & 2 & 14 & 724 & 750 & -26\\ 9 & 4 & 13 & 689 & 696 & -7\\ 9 & 0 & 17 & 705 & 713 & -8\\ 8 & 2 & 16 & 712 & 767 & -55\\ 3 & 3 & 20 & 699 & 791 & -92 \end{pmatrix}$$

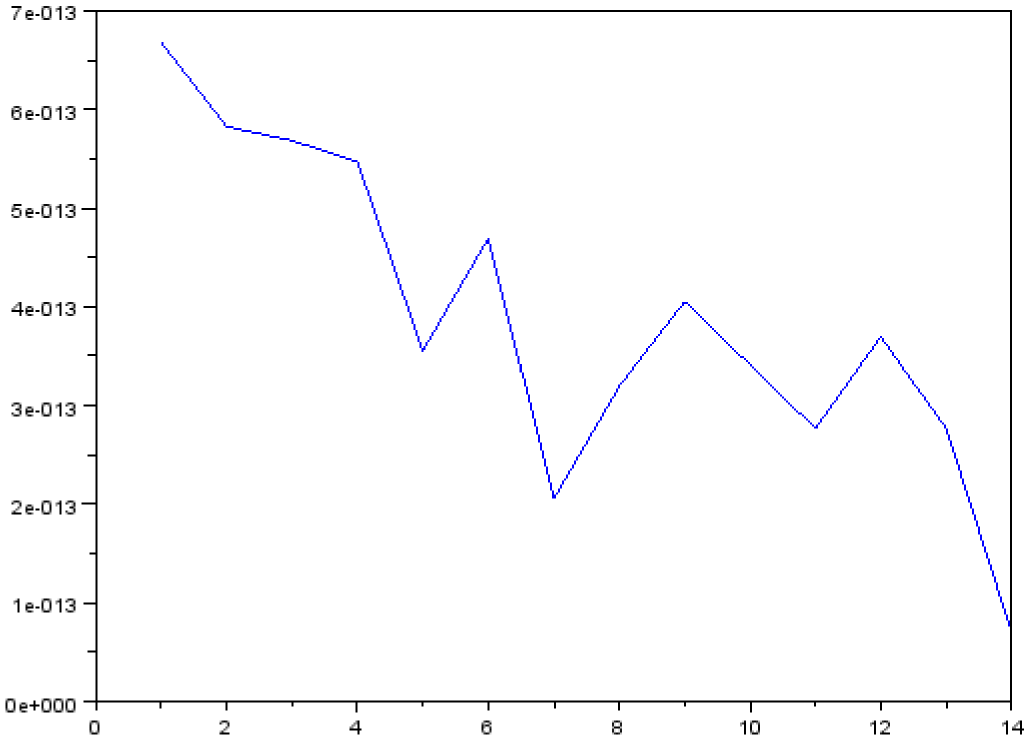
En utilisant la fonction *MethodeMoindreCarres(X,y)*, on obtient les coefficients de la combinaison linéaire.

$$a=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 2.967 * 10^{-14} \\ 2.933 * 10^{-14} \\ 2.946 * 10^{-14} \end{pmatrix}$$

En utilisant la fonction de Scilab *residu(X,y,a)*, on obtient les résidus recherchés.

$$r=\begin{pmatrix} 0.6679102 * 10^{-12} \\ 0.5826450 * 10^{-12} \\ 0.5684342 * 10^{-12} \\ 0.5471179 * 10^{-12} \\ 0.3552714 * 10^{-12} \\ 0.4689582 * 10^{-12} \\ 0.2060574 * 10^{-12} \\ 0.3197442 * 10^{-12} \\ 0.4050094 * 10^{-12} \\ 0.3410605 * 10^{-12} \\ 0.2771117 * 10^{-12} \\ 0.3694822 * 10^{-12} \\ 0.2771117 * 10^{-12} \\ 0.0710543 * 10^{-12} \end{pmatrix}$$

Avec la fonction *plot* de scilab on peut représenter l'allure des résidus qui est ici totalement aléatoire :



1.2 Question 2

Les coefficients très faibles représentent le bruit, donc on supprime les 3 dernières colonnes et on obtient le nouveau X :

$$X=\begin{pmatrix} 20 & 3 & 3 \\ 18 & 5 & 3 \\ 17 & 3 & 6 \\ 16 & 3 & 7 \\ 11 & 3 & 12 \\ 12 & 0 & 14 \\ 9 & 6 & 11 \\ 10 & 3 & 13 \\ 11 & 1 & 14 \\ 10 & 2 & 14 \\ 9 & 4 & 13 \\ 9 & 0 & 17 \\ 8 & 2 & 16 \\ 3 & 3 & 20 \end{pmatrix}$$

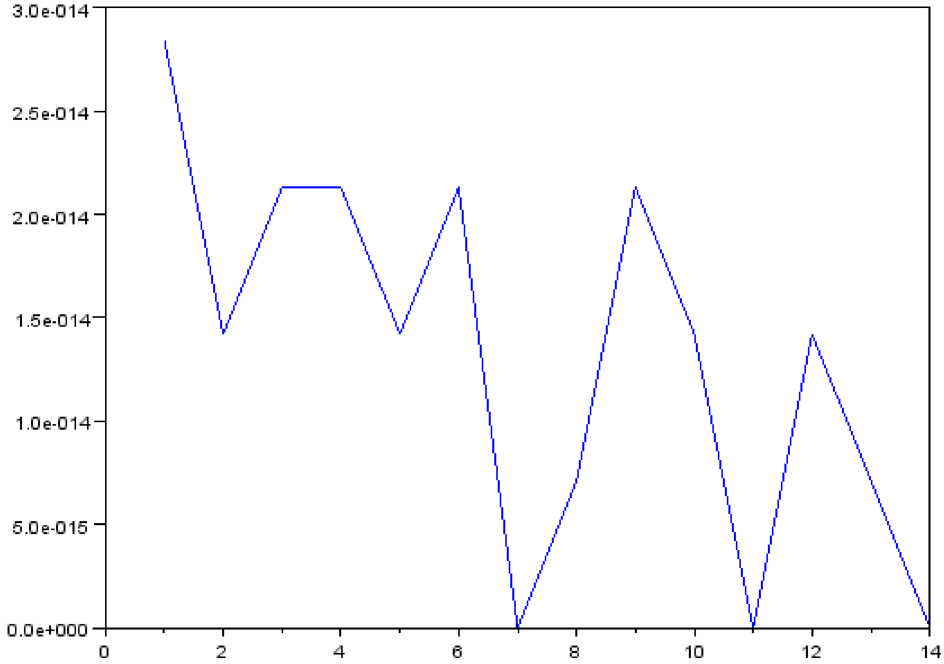
On recalcul alors a avec la fonction *MethodeMoindreCarres(X1,y)* :

$$a=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

À présent les résidus :

$$r=\begin{pmatrix} 0.2842171 * 10^{-13} \\ 0.1421085 * 10^{-13} \\ 0.2131628 * 10^{-13} \\ 0.2131628 * 10^{-13} \\ 0.1421085 * 10^{-13} \\ 0.2131628 * 10^{-13} \\ 0 \\ 0.0710543 * 10^{-13} \\ 0.2131628 * 10^{-13} \\ 0.1421085 * 10^{-13} \\ 0 \\ 0.1421085 * 10^{-13} \\ 0.0710543 * 10^{-13} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Et enfin avec la fonction *plot* de scilab on représente l'allure des résidus :



1.3 Question 3

Après comparaison, on remarque que le deuxième graphe se situe en dessous du premier. On obtient de meilleurs résultats.

1.4 Question 4

Nous allons dès à prèsent reproduire les moindres carrés de la question 1, en normalisant les valeurs des variables afin que l'intervalle de variation soit le même pour toutes les variables et éviter ainsi des distorsions éventuelles.

Pour ce faire, nous allons utiliser la fonction *FonctionNormalisation(X,100,1)* pour normaliser la matrice X.

Ensuite nous utiliserons la fonction *MethodeMoindreCarres(Xnorm,y)* pour obtenir enfin a :

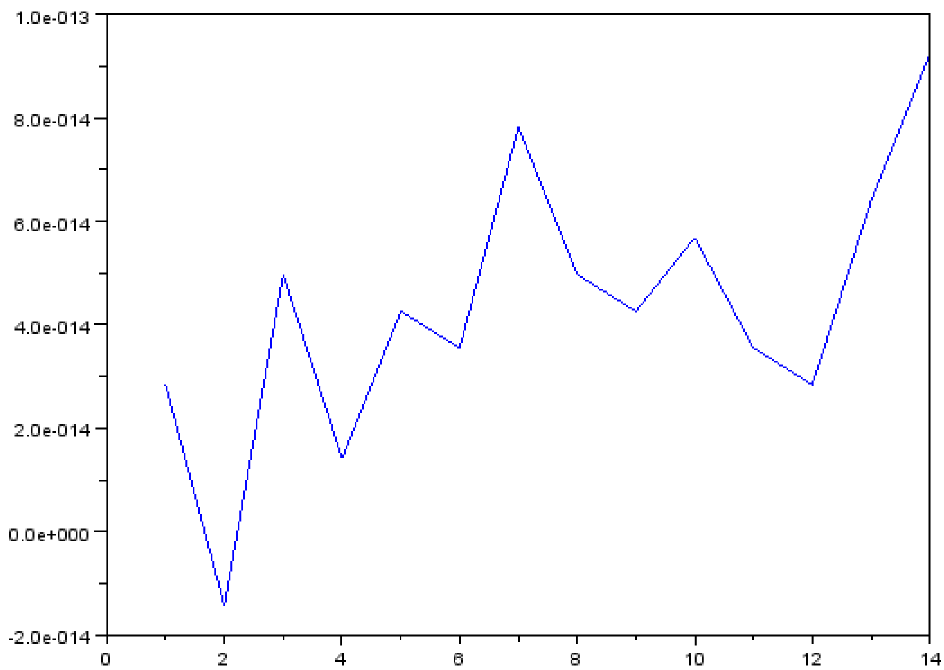
$$a=\begin{pmatrix} 0.4675786 \\ 0.1044217 \\ 0.1241443 \\ -0.1176247 \\ 0.1780265 \\ 0.2087573 \end{pmatrix}$$

1.5 Question 5

En utilisant la fonction *residu(Xnorm,y,a)*, nous obtenons les résidus de la question 4 :

$$r = \begin{pmatrix} 0.2842171 * 10^{-13} \\ -0.1421085 * 10^{-13} \\ 0.4973799 * 10^{-13} \\ 0.1421085 * 10^{-13} \\ 0.4263256 * 10^{-13} \\ 0.3552714 * 10^{-13} \\ 0.7815970 * 10^{-13} \\ 0.4973799 * 10^{-13} \\ 0.4263256 * 10^{-13} \\ 0.5684342 * 10^{-13} \\ 0.3552714 * 10^{-13} \\ 0.2842171 * 10^{-13} \\ 0.6394885 * 10^{-13} \\ 0.9237056 * 10^{-13} \end{pmatrix}$$

Ce qui nous donne le graphique suivant :



Nous observons que les résidus ainsi obtenus sont de puissance 10^{-12} comparativement à 10^{-13} obtenu à la question 1. La méthode est ainsi jusitifiée.

1.6 Question 6

Dans cette question nous allons supprimer les bruits de la matrice et nous normaliserons cette dernière.

La fonction *MethodeMoindreCarres(X1norm,y)*, nous affiche a :

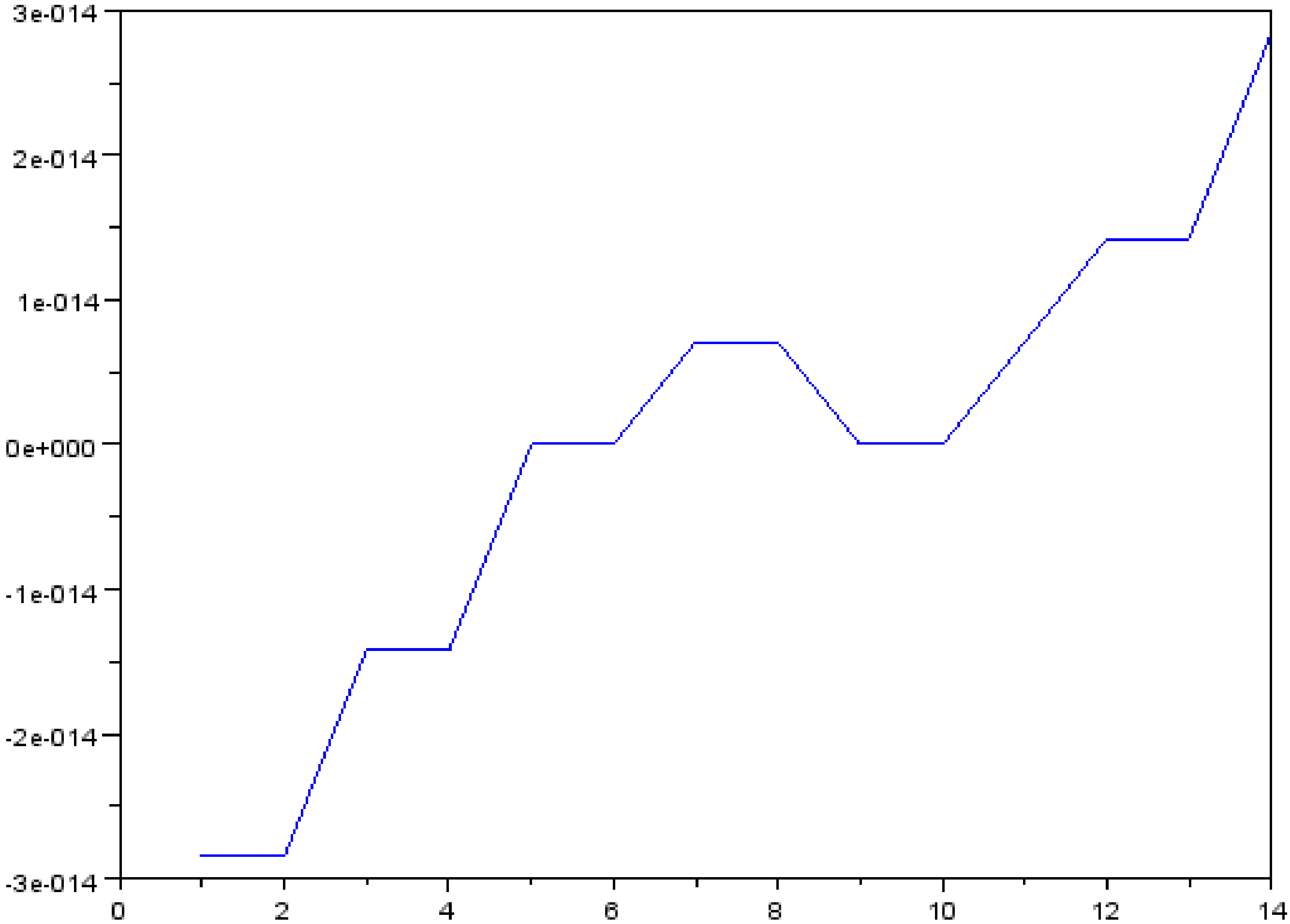
$$a=\begin{pmatrix}0.6093409\\0.1544554\\0.2659066\end{pmatrix}$$

1.7 Question 7

On affiche alors grace à la fonction *residu(X1norm,y,a)*, les résidus :

$$r=\begin{pmatrix}-0.2842171*10^{-13}\\-0.2842171*10^{-13}\\-0.1421085*10^{-13}\\-0.1421085*10^{-13}\\000.0710543*10^{-13}\\0.0710543*10^{-13}\\000.0710543*10^{-13}\\0.1421085*10^{-13}\\0.1421085*10^{-13}\\0.2842171*10^{-13}\end{pmatrix}$$

Sous forme Graphique :



On remarque ainsi que, contrairement à précédemment, nous n'obtenons pas une meilleur précision.

Chapitre 2

SECONDE PARTIE

2.1 Question 8

On cherche à savoir si le nombre de points obtenus par chaque équipe est correct.

Nous allons reprendre une méthode similaire à celle vue dans la première partie. Pour ce faire nous allons enlever le bruit de la matrice représentant les résultats de la saison 2010 (les 3 dernières colonnes), nous retirerons aussi les deux premières.

Nous reprendrons les coefficients du système linéaire de la partie une.

$$\mathrm{X}=\begin{pmatrix} 20 & 1 & 5 \\ 19 & 2 & 5 \\ 17 & 1 & 8 \\ 14 & 3 & 9 \\ 13 & 4 & 9 \\ 14 & 2 & 10 \\ 11 & 3 & 12 \\ 10 & 3 & 13 \\ 8 & 3 & 11 \\ 10 & 0 & 16 \\ 7 & 4 & 15 \\ 7 & 4 & 15 \\ 7 & 3 & 16 \\ 6 & 3 & 17 \end{pmatrix}$$

On obtient le vecteur des points gagnés en utilisant la fonction *Evaluation(X2,MethodeMoindreCarres(X1,y))* :

$$y=\begin{pmatrix}67\\66\\61\\57\\56\\56\\51\\49\\41\\46\\44\\44\\43\\41\end{pmatrix}$$

Nous remarquons alors 3 divergences avec le tableau d'origine.

2.2 Question 9

$$y=\begin{pmatrix}67\\66\\61\\57\\56\\56\\51\\49\\41\\46\\44\\44\\43\\41\end{pmatrix}$$

Nous redonnons la valeur exacte du nombre de point par équipe obtenu précédemment (Question 8). Ces valeurs ont été obtenues en utilisant les coefficients de la combinaison linéaire obtenues pour la saison 2011.