Département Informatique : Première Année

Théorie des graphes T.D. N^o 5

9 mars 2009

Graphes Orientés et Recherche Arborescente

Exercice 1 Montrer que tout circuit dans un graphe se décompose en circuits élémentaires deux à deux disjoints pour les arcs.

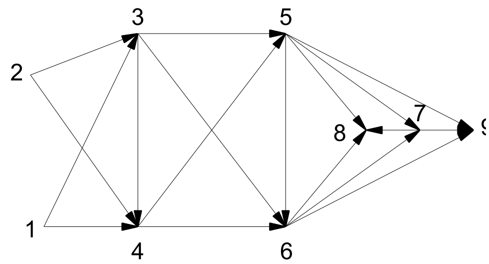
Exercice 2 Soit M la matrice d'adjacence d'un graphe G dont l'ensemble de sommets est $X = \{x_1, x_2, .., x_n\}$. Montrer que le terme (i, j) de M^k où $k >= 1$ est le nombre de chemins reliant le sommet x_i et x_j et qui est de longueur k.
Application sur l'exemple du cours calculer le terme (2,3) de M^3.

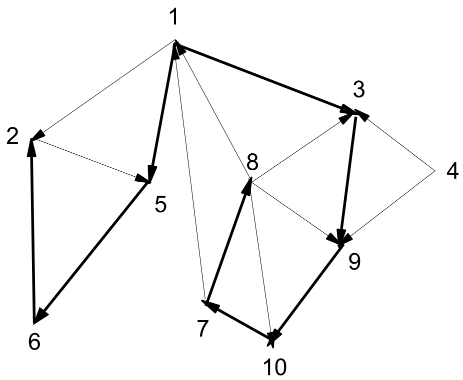
Exercice 3 Montrer qu'un graphe est sans circuits ssi sa matrice d'adjacence M est nilpotente, c'est à dire il existe un entier $k \geq 1$ pour lequel $M^k = 0$.

Exercice 4 Montrer qu'un graphe orienté est une arborescence ssi il admet une racine et est minimal pour cette propriété relativement à la suppression d'arcs.

Exercice 5 Appliquer l'algorithme de tri topologique sur le premier graphe :

Exercice 6 Comment peut on détecter un circuit dans le deuxième graphe :


3
5
2
7
8
9
1
4
6


1
3
2
8
4
5
9
6
7
10