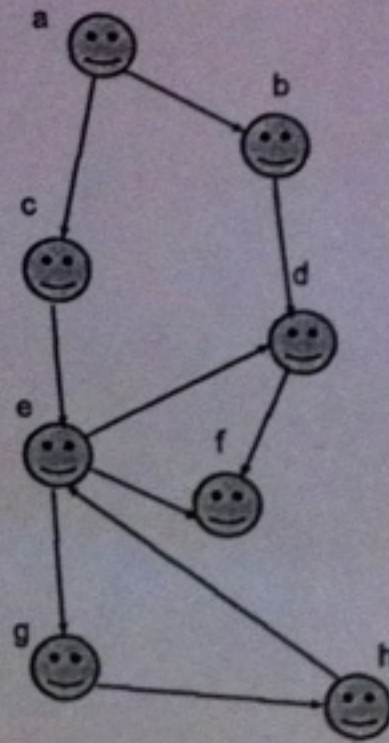


1 Question 1 : Parcours en profondeur & Tri Topologique

Soit G Le graphe orienté suivant :



Exercice 1.1 Quel est le résultat du parcours en profondeur de ce graphe.

Exercice 1.2 Peut-on détecter un circuit dans ce graphe? Comment et à quel moment du parcours en profondeur ce circuit est détecté?

Exercice 1.3 Trouver un graphe partiel H de G admettant un tri topologique.

Exercice 1.4 Dérouler l'algorithme de parcours en profondeur sur H et indiquer en résultats l'ordre des sommets parcourus ainsi que l'ordre affecté par le tri topologique.

2 Question 2

Soit G le graphe valué suivant :

	a	b	c	d	e	f
a	-	22	21	16	18	20
b	23	-	19	21	17	22
c	15	24	-	22	18	20
d	20	19	16	-	21	22
e	18	15	17	25	-	23
f	24	22	19	20	16	-

Exercice 2.1 Appliquer l'algorithme Kruskal pour trouver l'arbre couvrant minimum.

Exercice 2.2 Démontrer qu'il s'agit bien d'un problème de voyageur de commerce géographique.

Exercice 2.3 Nous souhaitons trouver le cycle hamiltonien le plus court. Trouver une valeur qui est certainement inférieure au meilleur coût (le minimum recherché).

Exercice 2.4 Trouver un cycle hamiltonien qui soit le résultat de l'application de l'algorithme approché vu en cours. Quel est le coût de ce cycle ?

Exercice 2.5 Quel est le cycle hamiltonien résultant de l'application de l'algorithme glouton. Quel est son coût ?

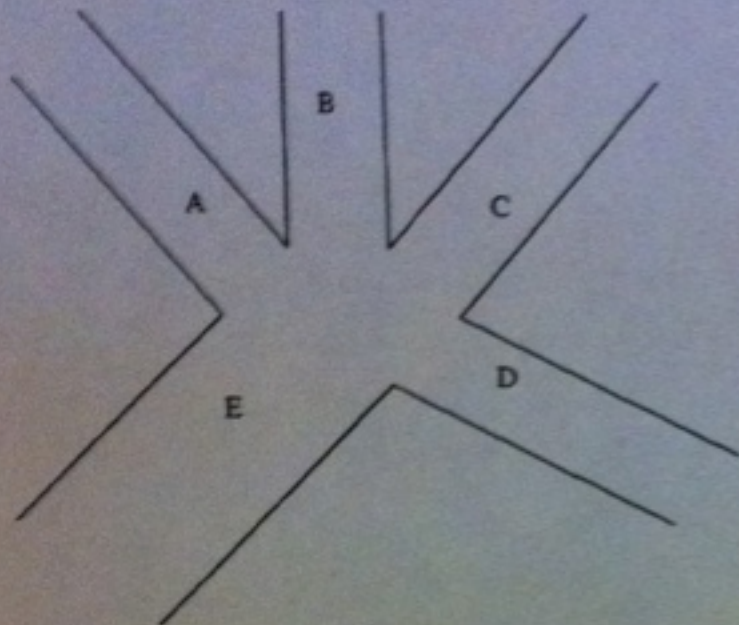
3 Question 3

Soit \mathcal{G}_N le graphe simple dont les sommets sont tous les entiers strictement positifs. Les sommets a et b sont reliés entre eux si et seulement si $a + b$ est un nombre premier. Déterminer le nombre chromatique de \mathcal{G}_N .

Indication : remarquer que la somme de deux entiers ayant la même parité (pairs ou impairs) est toujours paire.

4 Question 4 : Coloration

Soit le schéma suivant représentant un carrefour :



Le tableau suivant correspond aux franchissements possibles pour ce carrefour :

En arrivant par ...	A	B	C	D	E
Il est possible d'aller en ...	C,E	A,E,D	A,D	C,A	C,D

Les franchissements A-C et B-E ne peuvent pas être autorisés simultanément.

Exercice 4.1 Modéliser ces incompatibilités à l'aide d'un graphe dont les sommets représentent les franchissements possibles et les arêtes les incompatibilités entre franchissements.

Exercice 4.2 Proposez une coloration du graphe obtenu.

Exercice 4.3 Que peut-on dire d'un ensemble de sommets ayant la même couleur ?

Exercice 4.4 A quoi peut correspondre le nombre chromatique de ce graphe ?

5 Question 5 : Arborescence couvrante

Soit G un graphe orienté. On dit que G accepte une arborescence couvrante ssi il existe un sous graphe partiel T de G tel que T soit une arborescence.

Exercice 5.1 Trouver une condition nécessaire et suffisante pour qu'un graphe orienté G accepte une arborescence couvrante. Démontrer votre proposition !

Exercice 5.2 Proposer un algorithme permettant de trouver une arborescence couvrante d'un graphe orienté donné G vérifiant les conditions proposées dans l'exercice suivant.

Exercice 5.3 Est-ce que le graphe proposé dans la question 1 admet une arborescence couvrante ?

Dans le cas d'une réponse positive trouver cette arborescence.

Dans le cas d'une réponse négative proposer un graphe admettant une arborescence couvrante et trouver cette arborescence.