Objectifs

Aborder les langages et grammaires hors contexte et automates d'états finis à pile.

Un langage hors contexte est aussi appelé langage algébrique

Une grammaire hors contexte est un quadruplet T,N,S,P où :
- - T est l'ensemble des éléments terminaux.
- - N est l'ensemble des éléments non terminaux.
- - S est l'élément non terminal initial
- - P est l'ensemble de règles où toute règle de P est de la forme X —> Y / X *élément de* N et Y e
(N $\cup$ T)*

Sommaire des exercices

Corps des exercices

1 - Exemples de langages algébriques

Enoncé :

Dans ce qui suit, le caractère * désigne n'importe quelle puissance éventuellement nulle.

Question 1)

Enoncé de la question

Montrer que L_1 = { a*b} est un langage algébrique.

Solution de la question

Le fichier *aEtoileb.gra*.

Question 2)

Enoncé de la question

Montrer que L_2 = { $a^n b^n$ / n *élément de* N} est un langage algébrique.

Solution de la question

Le fichier *anbn.gra*.

Question 3)

Enoncé de la question

Montrer que L_3 = { $a^n b^n$ / n > p où (p,n) *élément de* N x N} est un langage algébrique.

Solution de la question

Le fichier *anbpnpgp.gra*.

Question 4)

Enoncé de la question

Montrer que $L_4 = \{ a^n b^p$ / n différent de p où (p,n) *élément de* N x N} est un langage algébrique.

Solution de la question

Le fichier *anbpndiffp.gra*.

Question 5)

Enoncé de la question

Montrer que $L_5 = \{ a^n b^* c^n d^* / n >= 0\} \cup \{ a^* b^n c^* d^n / n >= 0\}$ est un langage algébrique.

Solution de la question

Question 6)

Enoncé de la question

Montrer que $L_6 = \{ a^n b^p c^q / n,q >= 0, p >= (n+q) \}$ est un langage algébrique.

Solution de la question

Question 7)

Enoncé de la question

Montrer que $L_7 = \{ a^n b^p$ / n différent de p+2 } est un langage algébrique.

Solution de la question

Question 8)

Enoncé de la question

Montrer que $L_8 = \{ a^n b^p$ / n >= 0 et 2n >= p >= n } est un langage algébrique.

Solution de la question

2 - Automates à pile et langages algébriques

Enoncé :

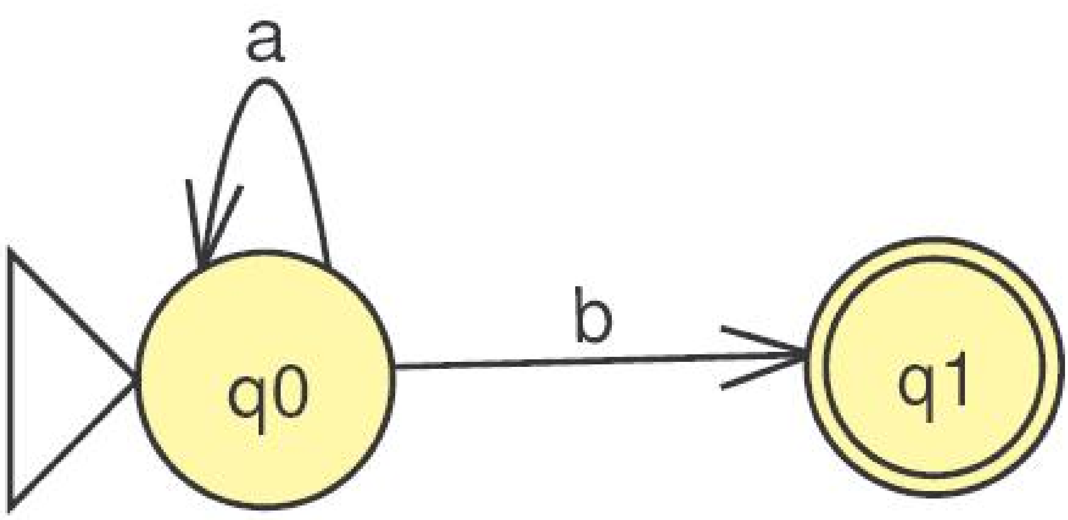
Dans ce qui suit, le caractère * désigne n'importe quelle puissance éventuellement nulle.

Question 1)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique $L_1 = \{ a^* b \}$.

Solution de la question

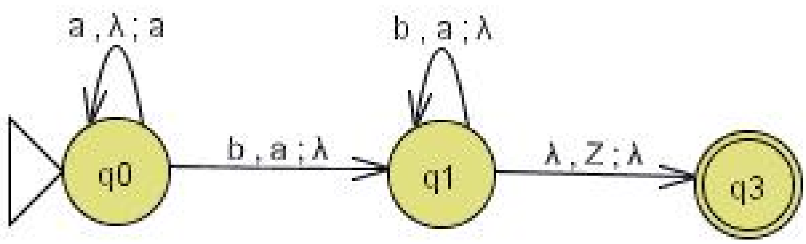


Question 2)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique $L_2 = \{ a^n b^n$ / n *élément de* N$\}$.

Solution de la question



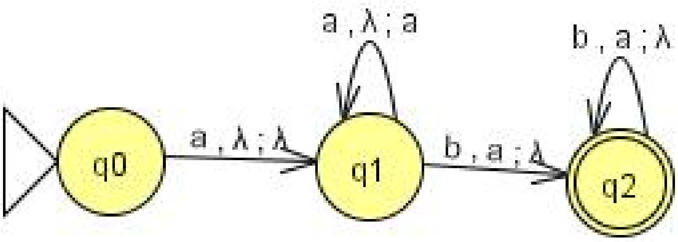
Z est le symbole que l'on met dans la pile à l'initialisation.

Question 3)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique $L_3 = \{ a^n b^p$ / n > p où (p,n) *élément de* N x N$\}$.

Solution de la question



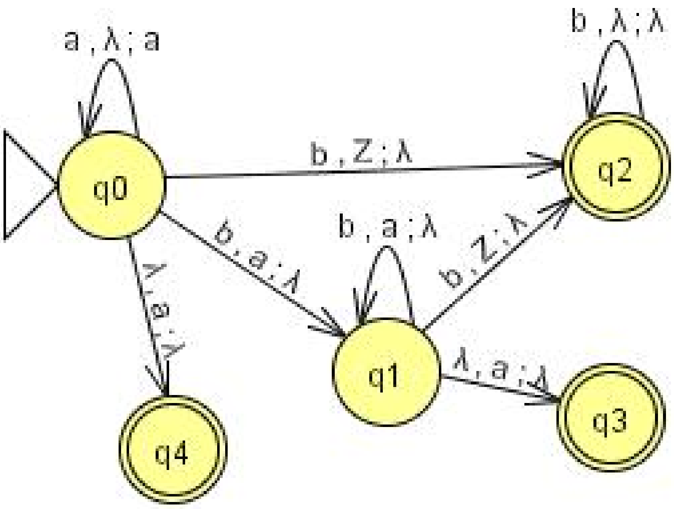
La première transition sert à compter au moins un a de plus que de b.

Question 4)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique L_4 = { $a^n b^p$ / n différent de p où (p,n) *élément de* N x N}.

Solution de la question



La transition de q_0 vers q_4 permet de traiter le cas où le mot n'est formé que de a.

La transition de q_0 vers q_2 permet de traiter le cas où le mot n'est formé que de b.

Question 5)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique L_5 = { $a^n b^* c^n d^*$ / n 0} $\cup$ { $a^* b^n c^* d^n$ / n 0}.

Solution de la question

Question 6)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique L_6 = { $a^n b^p c^q$ / n,q 0, p (n+q) }.

Solution de la question

Question 7)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique L_7 = { $a^n b^p$ / n différent de p+2 }.

Solution de la question

Question 8)

Enoncé de la question

Trouver l'automate à pile du langage algébrique L_8 = { $a^n b^p$ / n 0 et n <= p <= 2n }.

Solution de la question

Les références AREL

- aEtoileb.gra

// La grammaire de notre petit langage a^*b

// Cette grammaire est non seulement algébrique et même rationnelle

Les terminaux : T = { a,b }

Les non terminaux : N = { S }

L'axiome : S = S

Régles de production : P = {

Règle : S —> b

Règle : S —> a S

}

- anbn.gra

// La grammaire de notre petit langage $a^n b^n$

// Cette grammaire est bien algébrique mais pas rationnelle

Les terminaux : T = { a,b }

Les non terminaux : N = { S }

L'axiome : S = S

Régles de production : P = {

Règle : S —> epsilon

Règle : S —> a S b

}

- anbpnpgp.gra

// La grammaire de notre petit langage $a^n b^p$

// avec n > p

// Cette grammaire est bien algébrique mais pas rationnelle

Les terminaux : T = { a,b }

Les non terminaux : N = { S, A, AB }

L'axiome : S = S

Régles de production : P = {

// les mots de type A ne contiennent que des a et au moins 1

Règle : A —> a

Règle : A —> a A

// le mots de type AB contiennent autant de a que de b

Règle : AB —> epsilon

Règle : AB —> a AB b

// les mots de notre langage

Règle : S —> A AB

}

- anbpndiffp.gra

// La grammaire de notre petit langage $a^n b^p$

// avec n différent de p

// Cette grammaire est bien algébrique mais pas rationnelle

Les terminaux : T = { a,b }

Les non terminaux : N = { S, A, AB }

L'axiome : S = S

Régles de production : P = {

// les mots de type A ne contiennent que des a et au moins 1

Règle : A —> a

Règle : A —> a A

// les mots de type B ne contiennent que des b et au moins 1

Règle : B —> b

Règle : B —> b B

// le mots de type AB contiennent autant de a que de b

Règle : AB —> epsilon

Règle : AB —> a AB b

// les mots de notre langage

Règle : S —> A AB

Règle : S —> AB B

}