

Cartouche du document

Année : ING 1 - Matière : Théorie des langages - Activité : Travail dirigé

Objectifs

Machine de Turing et langages contextuels.

Sommaire des exercices

- 1 - Machine de Turing et universalité
- 2 - Machine de Turing et reconnaissance de mots d'un langage
- 3 - JFLAP

Corps des exercices

1 - Machine de Turing et universalité

Énoncé :

Dans cet exercice, on montre le côté universel de la machine de Turing : la résolution de problèmes quelconques. Dans les 2 prochains exercices, on utilise la machine de Turing comme un **transformateur**. Donc, à la fin de la modification de la chaîne, on doit placer le curseur au début du mot (JFLAP renvoi la chaîne à partir du curseur).

Question 1)

Énoncé de la question

Ecrire une machine de Turing permettant de remplacer tous les 0 d'un nombre binaire par des 1.

Question 2)

Énoncé de la question

Ecrire une machine de Turing permettant de calculer $X + 1$ (X est un mot binaire).

2 - Machine de Turing et reconnaissance de mots d'un langage

Énoncé :

Dans cet exercice, on utilise la machine de Turing comme machine à reconnaître des langages.

Question 1)

Énoncé de la question

Soit l'alphabet $A = \{a, b\}$. Définir une machine de Turing permettant de reconnaître le langage

$$L = \{ a^n b^n / n \in \mathbb{N} \}.$$

On rappelle que ce langage est de type 2 et qu'il peut donc être reconnu par un automate à pile.

Question 2)

Énoncé de la question

Soit l'alphabet $A = \{a, b, c\}$. Définir une machine de Turing permettant de reconnaître le langage

$$L = \{ a^n b^n c^n / n \in \mathbb{N} \}.$$

On admettra que cet exemple est l'un des plus "simples" qui soit un "vrai" langage de type 1 (i.e : non reconnaissable par un automate à pile).

Pour rappel, une grammaire possible de ce langage (contextuelle) est la suivante :

$G = \{$

$T = \{a, b, c\}$

$N = \{S, T, Z, C\}$

$S = S$

$P = \{$

$S \rightarrow TZ // Z$ est utilisé pour repérer la fin du mot (puis à droite de Z on n'aura que des c)

$T \rightarrow aTbC \mid \epsilon //$ à chaque fois que l'on ajoute un a , on ajoute un b et un C (Problème : les b et les C seront alternés)

$Cb \rightarrow bC //$ On désentrelace les b et les C en faisant passer les C à droite des b

$CZ \rightarrow Zc //$ si on a un C à la fin du mot, on le remplace par un c et on décale le caractère de fin de mot : Z

$bZ \rightarrow b //$ si le caractère de fin de mot atteint les b , on n'a plus de C à transformer, on supprime donc Z

}

}

Question 3)

Énoncé de la question

Définir une machine de Turing permettant de reconnaître le langage

$L = \{ 0^n \mid n = 2^p \}$.

C'est à dire les mots composés d'un nombre de 0 qui soit une puissance de 2.

Question 4)

Énoncé de la question

Dans cette question, on utilise l'alphabet binaire.

Définir une machine de Turing permettant de reconnaître les palindromes (un mot qui se lit identiquement dans les deux sens).

Exemple : 0010100.

3 - JFLAP

Énoncé :

Comme pour les autres travaux dirigés, vous utiliserez l'utilitaire JFLAP (<http://www.jflap.org/jflaptmp>).

Remarques sur JFLAP :

- si on considère la machine de Turing comme un transformateur, la chaîne de sortie est lue à partir du curseur. Il faut donc revenir au début du mot avant d'arrêter la machine ;
- dans une machine de Turing :
 - le symbole \sim désigne n'importe quel caractère (ATTENTION ! le carré blanc qui dénote une case vide fait partie des caractères). Par exemple, une transition $\sim; \sim, R$ effectue un pas vers la droite indépendamment du caractère lu et sans modifier celui-ci ;

- dans une transition !x désigne n'importe quel symbole sauf x ;
- dans une transition pour désigner tout sauf le symbole carré blanc, on écrit ! ;
- La transition " $s_1, \dots, s_n \} w; w, \mathbf{R}$ " signifie que si on rencontre un des symboles s_i il ne sera pas changé. w désigne la dernière variable lue et peut être utilisé pour d'autres transitions ;
- Les noms par défaut des états q_0, \dots, q_i peuvent être changés (clic droit sur l'état). On peut également ajouter des étiquettes en dessous des états (clic droit sur l'état).

Question 1)

Énoncé de la question

Nous pouvons créer des Machines de Turing en JFLAP (<http://jflap.org/jflaptmp>). Pour cela, on utilise le bouton *Turing Machine* du menu initial. Ensuite, il suffit de créer l'automate.

Question 2)

Énoncé de la question

La machine de Turing peut être utilisée comme un transformateur ou comme un accepteur. Pour les 2 premiers exercices, elle est utilisée comme transformateur. Pour la tester on peut lui soumettre un ensemble de chaînes d'entrées dans l'item *Multiple Run (Transducer)* du menu *Input*.

Question 3)

Énoncé de la question

Dans les exercices suivants, la Machine de Turing est utilisée comme un accepteur afin de reconnaître des langages. Pour la tester on peut lui soumettre un ensemble de chaînes d'entrées dans l'item *Multiple Run* du menu *Input*.