

## Cartouche du document

Année : ING 1 - Matière : Théorie des langages - Activité : Travail dirigé

## Objectifs

- Notions de langage hors contexte ou algébrique
- Normalisation de Chomsky
- Algorithme CKY
- Application au traitement des langues

### Définition :

Un langage hors-contexte est aussi appelé langage algébrique.

Une grammaire hors-contexte (ou algébrique) est un quadruplet  $T, N, S, P$  où :

- $T$  : ensemble des éléments terminaux
- $N$  : ensemble des éléments non terminaux
- $S$  : élément non terminal initial (axiome)
- $P$  : ensemble de règles de la forme :
  - $X \rightarrow a$  où  $a \in T$  et  $X \in N$
  - $X \rightarrow Y$  où  $Y \in (N \cup T)^*$  et  $X \in N$

### Définition :

Une grammaire hors-contexte **qui ne produit pas  $\varepsilon$**  est dite sous forme normale de Chomsky si et seulement si toutes les règles sont de la forme :

$A \rightarrow a$  où  $a \in T$

$A \rightarrow BC$  où  $B, C \in N$

**On rappelle que  $\varepsilon$  (le mot vide) peut être également noté  $\lambda$  (c'est le cas par défaut en JFLAP).**

## Sommaire des exercices

- 1 - Reconnaissance d'un mot par l'algorithme CKY
- 2 - Des propositions très relatives
- 3 - JFLAP

## Corps des exercices

### 1 - Reconnaissance d'un mot par l'algorithme CKY

#### Énoncé :

Il s'agit dans l'exercice suivant de :

- Transformer une grammaire sous Forme Normale de Chomsky.
- Définir un algorithme qui teste l'appartenance d'un mot à cette grammaire normalisée.

**Question 1)**

## Énoncé de la question

Soit la grammaire  $G$  basée sur l'alphabet  $\{a, b\}$ .

On a :

$G = \{$

$T = \{a, b\}$

$N = \{S, A, B\}$

$S = S$

$P = \{$

(1)  $S \rightarrow b A$

(2)  $S \rightarrow a B$

(3)  $A \rightarrow b A A$

(4)  $A \rightarrow a S$

(5)  $A \rightarrow a$

(6)  $B \rightarrow a B B$

(7)  $B \rightarrow b S$

(8)  $B \rightarrow b$

$\}$

$\}$

Mettre cette grammaire sous forme normalisée de Chomsky.

Procédure de transformation :

- 1. Remplacer tous les terminaux  $x$  en partie droite des règles par des non terminaux en ajoutant des règles de la forme  $X \rightarrow x$
- 2. Transformer les parties droites des règles comme suit :  $X \rightarrow Y Z W$  par deux règles  
 $X \rightarrow Y V$  et  $V \rightarrow Z W$
- 3. Transformer les parties droites des règles comme suit :  $X \rightarrow Y$  par  $X \rightarrow W Z$  si  $Y \rightarrow W Z$

**Question 2)**

## Énoncé de la question

Montrer que le mot **aabbab** appartient au langage engendré par la grammaire.

On utilisera l'algorithme de Cocke, Younger et Kasami (CKY) qui permet de tester si un mot  $w$  est reconnu par une grammaire sous forme normale de Chomsky.

- On note  $n$  la longueur du mot  $w$  :  $n = |w|$ .
- On définit  $v$  une matrice de dimensions  $(n, n)$ .

Le pseudo-code de l'algorithme CKY est le suivant :

Pour  $i = 1$  à  $n$

DEBUT

$v[i,1] = \{A \text{ tel que } A \text{ est le membre gauche d'une règle } A \rightarrow a \text{ et } a \text{ est le } i^{\text{ème}} \text{ symbole du mot } w\}$

FIN

Pour  $j = 2$  à  $n$

DEBUT

Pour  $i = 1$  à  $n - j + 1$

DEBUT

$v[i,j] = \emptyset$

Pour  $k = 1$  à  $j - 1$

DEBUT

$v[i,j] = v[i,j] \cup \{A \text{ tel que } A \text{ est le membre gauche d'une règle } A \rightarrow B C \text{ avec } B \in v[i,k] \text{ et } C \in v[i+k,j-k]\}$

FIN

FIN

FIN

Le mot  $w$  est reconnu par la grammaire  $\Leftrightarrow S \in v[1,n]$ .

## 2 - Des propositions très relatives

### Énoncé :

On s'intéresse aux constructions de phrases avec des propositions relatives.

On considère la grammaire hors contexte suivante :

$G = \{$

$T = \{ \text{que, qui, regarde, regardent, mange, mangent, dort, dorment, tombe, tombent, une, un, la, le, des, les, pommes, pomme, femme, femmes, Pierre, Marie} \}$

$N = \{ s, sn, reln, rela, sv, proa, pron, vt, vi, det, n, np \}$

$S = s$

$P = \{$

(1)  $s \rightarrow sn \ sv$

(2)  $sn \rightarrow det \ n \ reln \mid det \ n \ rela \mid np \ reln \mid np \ rela$

(3)  $reln \rightarrow pron \ sv$

(4)  $rela \rightarrow proa \ sn \ vt$

(5)  $sn \rightarrow det \ n$

(6)  $sn \rightarrow np$

- (7) sv  $\rightarrow$  vi | vt sn  
 (8) proa  $\rightarrow$  que  
 (9) pron  $\rightarrow$  qui  
 (10) vt  $\rightarrow$  regarde | regardent | mange | mangent  
 (11) vi  $\rightarrow$  dort | dorment | tombe | tombent  
 (12) det  $\rightarrow$  une | un | la | le | des | les  
 (13) n  $\rightarrow$  pommes | pomme | femme | femmes  
 (14) np  $\rightarrow$  Pierre | Marie  
 }

Légende :

- reln  $\langle \Rightarrow \rangle$  proposition relative nominative
- rela  $\langle \Rightarrow \rangle$  proposition relative accusative
- proa  $\langle \Rightarrow \rangle$  pronom relatif accusatif
- pron  $\langle \Rightarrow \rangle$  pronom relatif nominatif
- vi  $\langle \Rightarrow \rangle$  verbe intransitif
- vt  $\langle \Rightarrow \rangle$  verbe transitif
- det  $\langle \Rightarrow \rangle$  déterminant
- n  $\langle \Rightarrow \rangle$  nom commun
- np  $\langle \Rightarrow \rangle$  nom propre

### Question 1)

#### Énoncé de la question

Vérifier l'appartenance de la phrase **Une pomme que Pierre regarde tombe** au langage reconnu par la grammaire en utilisant un arbre syntaxique.

### Question 2)

#### Énoncé de la question

Appliquer l'algorithme CKY pour vérifier :

- l'appartenance de la phrase **Une pomme que Pierre regarde tombe** au langage engendré par la grammaire
- le rejet de la phrase **Une pomme qui Pierre regarde tombe** du langage engendré par la grammaire

## 3 - JFLAP

### Énoncé :

L'analyse CKY peut être effectuée par le logiciel JFLAP (<http://jflap.org/jflaptmp>).

Pour cela, on se place en mode **grammaire** (*Grammar*). Ensuite, on rentre les différentes règles de la grammaire non normalisée.

On peut alors vérifier qu'il s'agit bien d'une grammaire de type 2 (hors-contexte / *context-free*) grâce à l'item *Test for Grammar Type* de l'onglet *Test*.

On peut ensuite normaliser la grammaire grâce à l'item (*Transform Grammar*) de l'onglet *Convert*.  
On peut ensuite réaliser l'analyse CKY grâce à la commande *CYK Parse* de l'onglet *Input*.