Théorie des Langages - EISTI - ING 1

Yannick Le Nir

Ecole Internationale des Sciences du Traitement de l'Information

yannick.lenir@eisti.fr

La classification de Chomsky

Langages décidables et hiérarchie de classes

- Les langages de type 3 : rationnels ou réguliers
- Les langages de type 2 : algébriques ou hors contexte
- Les langages de type 1 : sensibles au contexte
- Les langages de type 0 : tous les autres décidables

Grammaire de type 2

Définition

Une grammaire $G =< T, N, S, P >$ est de type 2 si les règles de production sont de la forme :
$A \rightarrow \alpha$ où $A \in \mathcal{N}$ et $\alpha \in (N \cup T)^*$

Langage associé

Un langage est de type 2 s'il peut être engendré par une grammaire de type 2.

Grammaires de type 2

Yannick Le Nir

Exemple de grammaire

Le fameux langage $a^n b^n$ peut être engendré par la grammaire hors contexte suivante :

- $T = \{a, b\}$
- $N = \{S\}$
- $S = S$
- $P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a\ S\ b, \\ S \rightarrow a\ b \end{array} \right\}$

Domaines d'application

- Langages de programmation
- La plupart des constructions des langues naturelles

Automates à pile

Présentation

- Classe de machines plus puissantes que les automates d'états finis
- Capables de reconnaître les expressions parenthésées et les imbrications de blocs `begin-end`
- Augmentation de la puissance des automates finis en ajoutant un pile simulant une mémoire

Automates à pile

Définition

Un automate à pile non déterministe est défininn par un septuplet $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, Z, S, F)$

- Q est un ensemble fini d'états
- Σ est un alphabet d'entrée
- Γ est un alphabet de pile
- $\Delta \subset ((Q * \Sigma^* * \Gamma^*) * (Q * \Gamma^*))$ est la relation de transition
- $Z \in \Gamma$ est le symbole initial de pile
- $S \in Q$ est l'état initial
- $F \subseteq Q$ est l'ensemble des états accepteurs

Automates à pile

Opérations

- Lire un symbole (et avancer la tête de lecture)
- Dépiler un symbole
- Empiler un symbole
- Changer d'état

Automates à pile

Transition

$(p, x, y; q, z)$

- p est l'état courant
- x est le symbole en entrée
- y est le symbole dépilé
- q est le nouvel état
- z est le symbol empilé

Automates à pile

Remarques

- Le y est dépilé avant que le z ne soit empilé
- L'automate n'est pas obligé de faire à la fois une lecture, un empilement et un dépilement à chaque transition
- Si aucun symbole n'est lu (resp. dépilé) (resp.empilé) , x (resp. y) (resp. z) est remplacé par λ

Automates à pile

Exemples

- La transition $(1, a, t; 2, b)$ signifie que l'automate passe de l'état 1 à l'état 2, en lisant un a, en dépilant un t et en empilant un b

Automates à pile

Exemples

- La transition $(1, a, t; 2, b)$ signifie que l'automate passe de l'état 1 à l'état 2, en lisant un a, en dépilant un t et en empilant un b
- La transition $(p, \lambda, \lambda; q, \lambda)$ signifie que l'automate passe de l'état p à l'état q (aucune lecture, ni empilement, ni déplacement).

Automates à pile

Exemples

- La transition $(1, a, t; 2, b)$ signifie que l'automate passe de l'état 1 à l'état 2, en lisant un a, en dépilant un t et en empilant un b
- La transition $(p, \lambda, \lambda; q, \lambda)$ signifie que l'automate passe de l'état p à l'état q (aucune lecture, ni empilement, ni déplacement).
- La transition $(p, \lambda, 2; q, \lambda)$ signifie que l'automate passe de l'état p à l'état q en enlevant le symbole 2 de la pile.

Automates à pile

Exemples

- La transition $(1, a, t; 2, b)$ signifie que l'automate passe de l'état 1 à l'état 2, en lisant un a, en dépilant un t et en empilant un b
- La transition $(p, \lambda, \lambda; q, \lambda)$ signifie que l'automate passe de l'état p à l'état q (aucune lecture, ni empilement, ni déplacement).
- La transition $(p, \lambda, 2; q, \lambda)$ signifie que l'automate passe de l'état p à l'état q en enlevant le symbole 2 de la pile.
- La transition $(p, a, \lambda; q, c)$ signifie que l'automate passe de l'état p à l'état q en lisant lesymbole a et en plaçant c sur la pile.

Automates à pile

Représentation

- Les diagrammes de transition des automates à pile sont identiques à ceux des automates d'états finis sauf que l'étiquette d'un arc est plus complexe.
- Ces étiquettes ont la forme $x, y; z$ avec :
  - x le sybole lu
  - y le symbole dépilé
  - z lesymbole empilé

Automates à pile

Yannick Le Nir

Exemple

Démonstration de JFLAP

Automates à pile

Propriétés

- L'automate à pile est démarré dans l'état initial avec la pile vide.
- Il accepte la séquence d'entrée ssi il *peut* atteindre un état final *après* l'avoir lue en entier.
  - *"peut"* : car la définition d'un automate à pile n'exige pas que l'ensemble des transitions représente une fonction, les automates à pile peuvent être non déterministes
  - *"après"* : iln'est pas nécessaire que l'automate à pile atteigne un état final tout de suite après lu le dernier symbole d'entrée. Après avoir terminé la lecture de la séquence d'entrée, l'automate peut effectuer des transitions en manipulant sa pile et atteindre de cette façon un état accepteur.

Automates à pile

Langage accepté

Le langage accepté par un automate à pile M est noté $L(M)$.
C'est l'ensemble des séquences acceptées
(i.e. $L(M) = \{w \;:\; w \textit{ est accepte}\}$)