

Examen de théorie des langages

9 juin 2011

La clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'évaluation.

Le barème est indicatif.

Aucun document autorisé.

Machines (ordinateurs et calculatrices) interdites.

Durée : 1h 30min

1 La chanson de Lio (1+2+2)

Nous souhaitons écrire un programme qui permet de reconnaître la chanson "banana split" de Lio. Pour ce faire, on cherche tout d'abord à reconnaître le refrain finissant par $ba(na)^*$. Une solution simple basée sur la reconnaissance des motifs "ba", "bana", "banana", "bananana", ..., n'est malheureusement pas possible car la chanteuse a tendance à répéter la syllable "na", ce qui fait que les motifs recherchés sont de tailles non bornées. Nous pouvons heureusement proposer une solution à ce problème en utilisant nos connaissances en théorie des langages, notamment les automates d'états finis.

1. Écrire un automate d'états finis non déterministe permettant de détecter si le motif $ba(na)^*$ apparaît à la fin d'un texte quelconque basé sur l'alphabet latin A .
2. Utiliser la mise en équation et le lemme d'Arden afin de vérifier le langage associé à votre automate.
3. Écrire une version déterministe de votre automate. Vous pourrez utiliser la notation $A - \{x\}$ pour établir une transition valide pour tous les éléments de A sauf x .

2 Notation polonaise (2+1+1+3+2)

Les expressions arithmétiques en notation polonaise placent le symbole de l'opération avant les opérandes et n'utilisent pas de parenthèses. Par exemple, $a + b$ s'écrit $+ab$, et $(a + b) * (b + c)$ s'écrit $* + ab + bc$.

1. Écrire une grammaire algébrique qui définit les expressions arithmétiques en notation polonaise avec les opérateurs binaires $+$, $-$ et les constantes a, b, c .
2. Écrire l'arbre de dérivation syntaxique de l'expression $* + ab + bc$.
3. Rappeler ce qu'est la forme normale de Chomsky et à quel type de grammaire elle s'applique.
4. Utiliser l'algorithme CKY pour analyser l'expression $* + ab + bc$.
5. Construire un automate à pile qui reconnaît le langage associé à votre grammaire.

3 Machines de Turing (3+3)

La représentation unaire d'un entier n correspond à une succession de n 1 consécutifs (la représentation en bâchettes/bâtons de l'école primaire).

1. Construire une machine de Turing qui calcule la représentation en binaire d'un entier donné en représentation unaire.
2. Construire une machine de Turing qui multiplie par 2 son entrée binaire (il existe une solution très simple).

4 Bonus

Quel citoyen britannique, inventeur du World Wide Web, a eu 56 ans hier ?