

Cartouche du document

Année : ING 1 - Matière : Théorie des langages - Activité : Travail dirigé

Objectifs

Ce travail dirigé a pour but d'étudier la bijection entre les langages réguliers et les automates à états finis.

Les points abordés seront :

- Génération d'un automate minimal à partir de l'expression régulière d'un langage
- Génération de l'expression régulière d'un langage à partir d'un automate à états finis

Lemme d'Arden :

Soient A un alphabet et X, B, C 3 Langages définis sur A^* .

La solution de l'équation $X = B X + C$ est :

- $X = B^* C$ si ε n'appartient pas à B .
- $X = B^+ C$ sinon

Quelques rappels utiles pour l'algorithme des quotients gauches :

- $x^* = x^+ \cup \varepsilon = x^+ + \varepsilon$ // L'union est équivalente au signe + (pas celui en exposant)
- $x^+ = x x^*$
- $x^{-1} x = \varepsilon$
- $x^{-1} Y = \emptyset$ si le sous-langage Y ne peut pas commencer par x

Sommaire des exercices

- 1 - Un premier langage simple
- 2 - Un deuxième langage moins simple
- 3 - Un troisième langage difficile

Corps des exercices

1 - Un premier langage simple

Énoncé :

Question 1)

Énoncé de la question

Soit l'alphabet $A = \{a, b\}$ et le langage $L = a^* b^*$.

Trouver un automate qui reconnaît L .

Question 2)

Énoncé de la question

Vérifier cette réponse en utilisant l'algorithme des quotients gauches à partir de l'expression régulière :

$L = a^* b^*$.

Question 3)

Énoncé de la question

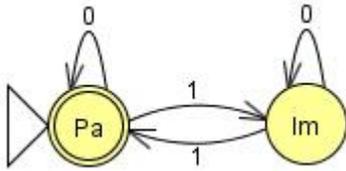
On cherche maintenant à vérifier que l'automate est bien équivalent à l'expression régulière initiale. Pour cela, résoudre le système d'équation issu de l'automate en utilisant le lemme d'Arden.

2 - Un deuxième langage moins simple

Question 1)

Énoncé de la question

Trouver le langage engendré par l'automate suivant par la résolution du système d'équation associé.



Question 2)

Énoncé de la question

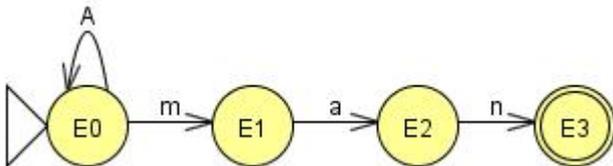
Vérifier ce résultat en appliquant l'algorithme des quotients gauches sur l'expression régulière que vous venez de trouver.

3 - Un troisième langage difficile

Question 1)

Énoncé de la question

Soit l'alphabet $A = \{a, \dots, z\}$. On reprend l'automate indéterministe représentant le langage des mots se terminant par man :



Plutôt que de tenter de résoudre le système d'équations de l'automate déterministe (très difficile), résolvez le système d'équation de cet automate indéterministe pour trouver l'expression régulière du langage associé.

Question 2)

Énoncé de la question

Vérifier ce résultat en appliquant l'algorithme des quotients gauches sur le langage que vous venez de trouver.