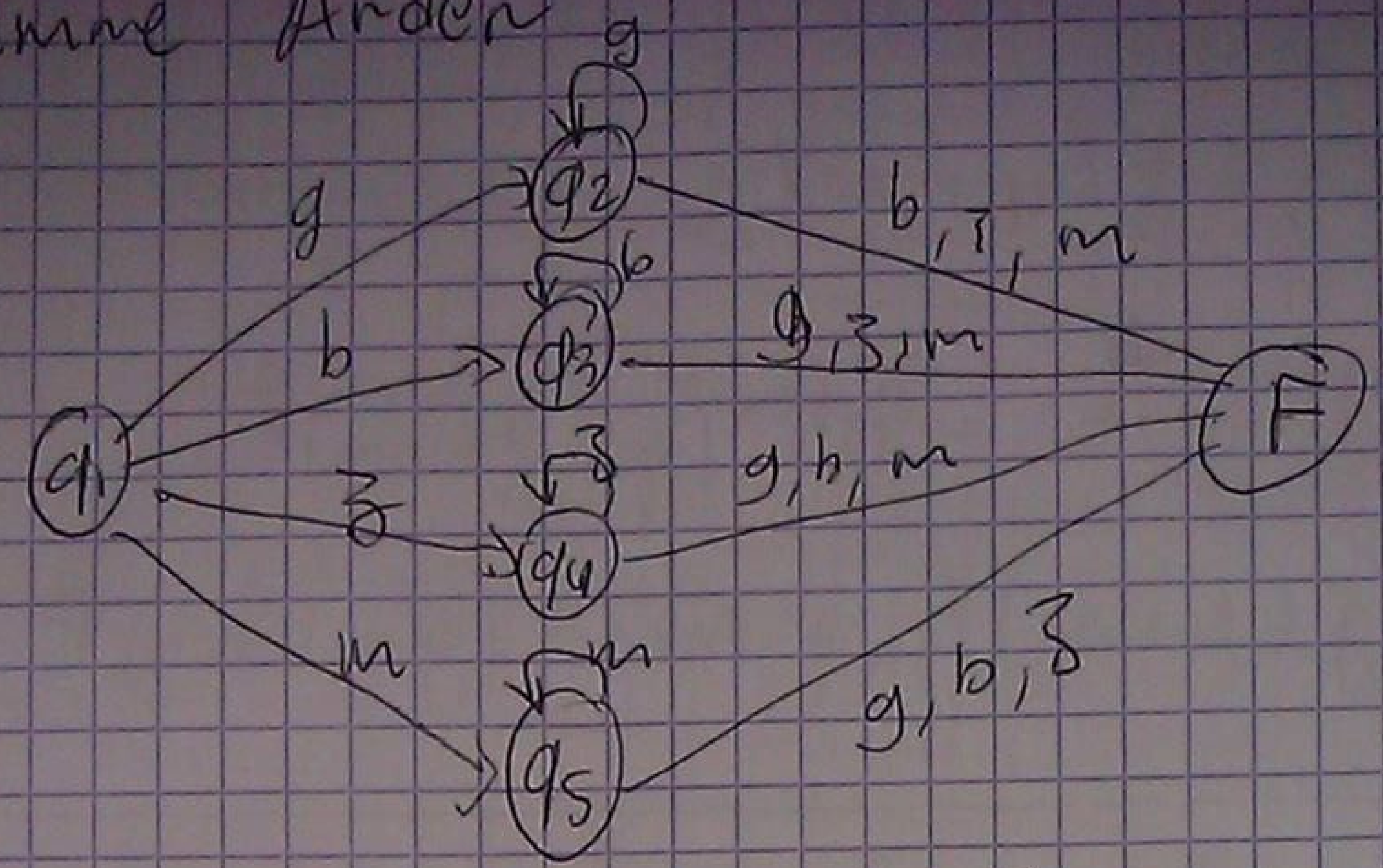
Lemme Arden



ARDEN J'ai appelé mes états L_i pour faire comme dans la vidéo.

$$L_1 = gL_2 + bL_3 + zL_4 + mL_5$$

$$L_2 = gL_2 + (b+z+m)F$$

$$L_3 = bL_3 + (g+z+m)F$$

$$L_4 = zL_4 + (g+b+m)F$$

$$L_5 = mL_5 + (g+b+z)F$$

$F = (g+b+z+m)F + \varepsilon \leftarrow$ Arden

$$F = (g+b+z+m)^* \varepsilon = (g+b+z+m)^*$$

Par souci de place on garde F comme notation

$L_5 = mL_5 + (g+b+z)F \leftarrow$ Arden

$L_5 = m^*(g+b+z)F$ De même on a

$L_4 = z^*(g+b+m)F$ $\quad L_3 = b^*(g+z+m)F$

$$L_2 = g^*(b+z+m)F$$

Finalement

$$L_1 = gL_2 + bL_3 + zL_4 + mL_5$$

$$= gg^*(g+b+z)F + bb^*(g+z+m)F$$
$$+ zz^*(g+b+m)F + mm^*(g+b+z)F$$

$$\boxed{= \big(g^+(g+b+z) + b^+(g+z+m) + z^+(g+b+m) + m^+(g+b+z)\big)F}$$

Avec $F = (g+b+z+m)^*$

Forme la plus simplifiée possible je pense.

On applique les quotients gauche au langage trouvé précédemment... On appelle le langage obtenu φ

alphabet $\{g, b, z, m\}$

$$L_0 = g^{-1}\overbrace{\left(g^*(g+b+z) + b^*(g+z+m) + z^*(g+b+m) + m^*(g+b+z)\right)F}^{\varphi}$$

$$\cancel{L_0} = \left(g^*(g+b+z) + \emptyset + \emptyset + \emptyset\right)F = L_1$$

$$L_0 = b^{-1}\varphi = \left(\emptyset + b^*(g+z+m) + \emptyset + \emptyset\right)F = L_2$$

$$L_0 = z^{-1}\varphi = \left(\emptyset + \emptyset + z^*(g+b+m) + \emptyset\right)F = L_3$$

$$L_0 = m^{-1}\varphi = \left(\emptyset + \emptyset + \emptyset + m^*(g+b+z)\right)F = L_4$$

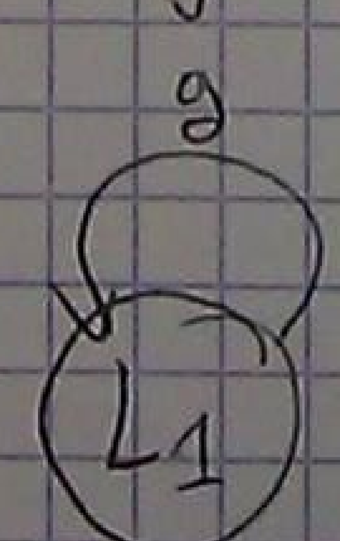
On soustrait à gauche chaque élément de l'alphabet au langage de départ, si on obtient un nouveau langage il correspond à un nouvel état de l'automate

⚠ ne pas confondre les L_i de Arden et des quotients gauche

On continue avec les états L_1, L_2, L_3 et L_4

$$L_1 = g^{-1}L_1 = g^{-1}g^*(g+b+z)F = g^*(g+b+z)F = L_1$$

Ce qui correspond à



de même on a $L_2 = b^{-1}L_2 = L_2$ $\quad L_3 = z^{-1}L_3 = L_3$ $\quad L_4 = m^{-1}L_4 = L_4$

On obtient aussi

0 ou n fois g

$$L_1 = b^{-1} L_1 = b^{-1} g^* (g + b + z) F = F = L_F$$

$$L_1 = z^{-1} L_1 = z^{-1} g^* (g + b + z) F = F = L_F$$

Et ainsi de suite pour les autres états L_i

$$L_1 = b^{-1} g^* (g + b + z) F$$

$L_1 = b^{-1} L_1 = F$ uniquement si on considère qu'il n'y a pas de g devant cette parenthèse et si le terminaux qui suit est un "b" sinon on ne peut pas retirer un b au langage L_1