TD1 Théorie des graphes

# Exercice 1 :

Nous modélisons ce problème par un graphe non orienté

Un sommet représente une personne.

Une arête représente la relation : serrer la main entre deux personnes

Le nombre de sommet n=5 dans ce graphe

Le degrés d’un sommet est égale à 3 (si le graphe existe)

Nous savons que la somme de degrés dans un graphe est paire. Nous remarquons que 2m=15 pour ce problème

Donc c’est impossible (ce graphe n’existe pas).

# Exercice 2 :

1. Somme des degrés=2m
2. Définition d’une chaine
3. Les graphes connexes.

Soit Cx la composante connexe du graphe (supposé simple) à laquelle appartient x.

Cx étant un graphe (simple) vérifiant la propriété : somme des degrés pairs.

* Il existe dans Cx un autre sommet de degrés impair

Puisque Cx est connexe alors il existe une chaine reliant x au sommet impair.

Si G a exactement deux sommets impairs alors ces deux sommets appartiennent à la même composante connexe, donc ils seront reliés par une chaine.

# Exercice 3 :

1. S’il y a un sommet x de degrés 0, alors ce sommet est isolé, on considère alors que le graphe G contenant les (n-1) autres sommets. Un sommet y<>x a au plus un degrés qui est égale à n-2 s’il est relié à tous les sommets de G

<= s’il y a un sommet x de degré n-1, alors il est relié à tous les autres dans G. Donc il n’existe pas de sommets de degré 0 dans G.

1. Dans un graphe ayant n sommets :

 d(x)€{1,…,…, n-1} ou (exclusif)

d(x)€{0,…,…,n-2}

Donc il existe n sommets chacun ayant un degrés dans un ensemble de cardinalité n-1.

Donc il existe forcément deux sommets ayant le même degré.

# Exercice 4 :

Supposons que G ne soit pas connexe. Dans ce cas , il est composé de 2 graphes disjoints G1 et G2.

# Exercice 5 :

G est K-régulier donc le degrés de chaque sommet est égale à K.

Puisque le graphe est biparti, le nombre d’arrêtes incidentes à X est égale au nombre d’arrêtes incidentes à y. ce nombre est égale à m.

# Exercice 6 :

Par définition le valeur 1 dans M2[i,j] signifie qu’il existe une chaine de longueur 1 qui relie xi à xj qui est l’arete même.

Supposons que la prpriété est vraie pour Mk et demontrons la pour Mk+1 ( par réccurence)

S’il existe une chaine de longueur K qui relie à l cette chaine sera comptabilisé dans le calcul du nombre de chaines de longueur k+1, si M(i,j) =1, autrement dit s’il existe une arete entre xi et xj.