

## Théorie des graphes T.D. N° 2

16 février 2009

### Les arbres

**Exercice 1** Déterminer tous les arbres ayant six sommets (il y en a six).

**Exercice 2** Montrer qu'un arbre a au moins  $\Delta$  sommets pendants ( $\Delta$  étant le degré maximal).

**Exercice 3** Démontrer le théorème I.

**Exercice 4** Montrer qu'une arête  $e$  d'un graphe connexe  $G$  appartient à tout arbre couvrant de  $G$  ssi  $e$  est un isthme de  $G$ . Montrer que  $e$  n'appartient à aucun arbre couvrant ssi  $e$  est une boucle de  $G$ .

**Exercice 5** Démontrer le lemme d'échange fort.

**Exercice 6** Un élément  $T \in \tau_G$  est un minimum absolu si pour tout élément  $T' \in \tau_G$  on a  $v(T') \geq v(T)$ .  $T$  est un minimum local si pour tout élément  $T' \in \tau_G$  voisin de  $T$  on a  $v(T') \geq v(T)$ . Démontrer que dans  $\tau_G$ , un minimum local est un minimum absolu.

**Exercice 7** A partir des résultats obtenus de l'exercice suivant, démontrer que l'algorithme de Kruskal converge vers un arbre couvrant minimum.