Rappels Théorie des Graphes :

P : - problème facile  
 - le graphe G est-il 2 coloriable ?  
 - Le graphe G admet-il un chemin eulérien (qui passe par toutes les arêtes)  
 - Quel est le plus court chemin entre 2 sommets dans un graphe ?

NP\_complet : - problème infaisable en pratique  
 - Le graphe G est-il 3 coloriable ?  
 - Le graphe G admet-il un chemin hamiltonien (qui passe par tous les sommets) ?  
 - Quel est le plus long chemin entre2 sommets dans un graphe

Non orienté :

A B

Orienté :

A B

Toute l’algèbre de la licence :

Relation d’équivalence :  
 - reflexive aRa  
 - symétrique aRb 🡪 bRa  
 - transitive aRb et bRc 🡪aRc

Exercice 1 :

Par définition, un circuit est un chemin simple et fermé, donc il ne passe par chaque arrête qu’une seule fois.  
Si le circuit n’est pas élémentaire (s’il passe plusieurs fois par le même sommet), il suffit de « découper » le chemin lorsqu’il l’on repasse par un chemin déjà vu.

0 0 1 0 x1 x2  
1 0 1 1  
0 0 0 0   
0 0 1 0 x4 x3

a 1

a 2 a 4

a 3

Sans circuit 🡪nilpotente :  
Soit G un graphe sans circuit. représente l’ensemble des chemins (avec multiplicité) de taille k dans G.  
Comme le graphe ne contient pas de circuit, le plus long chemin potentiel compte |S| sommets.  
Donc dès que k >= |S|+1, il n’existe aucun chemin.

Nilpotente🡪sans circuit :  
Soit G u graphe dont la matrice est nilpotente à partir d’un rang k. Supposons que G contient un circuit de longueur k1.  
Alors la matrice Mk1 contient au moins un terme Mk1(i,i) non nul sur sa diagonale.  
Cela est vrai aussi pour Mk2\*l avec l appartient à N.