LOGIQUE COMPUTATIONNELLE

COURS 1

CALCUL PROPOSITIONNEL I

Ch. Baskiotis

LAPI – EISTI

14 septembre 2009

LOGIQUE COMPUTATIONNELLE

LOGIQUE COMPUTATIONNELLE

Devise du cours :

LOGIQUE COMPUTATIONNELLE

Devise du cours :

"On m'appelait l'obscur
et j'habitais l'éclat."

Saint-John Perse : *Amers*

Place du cours I

Il fait partie des cours de l'**ingénierie cognitive**

Langages	Logique computationnelle
Intelligence artificielle	Prolog
Décidabilité	Algorithmes génétiques
Systèmes experts	Réseaux des neurones

Place du cours I

Il fait partie des cours de l'**ingénierie cognitive**

Langages	Logique computationnelle
Intelligence artificielle	Prolog
Décidabilité	Algorithmes génétiques
Systèmes experts	Réseaux des neurones

Pour la quasi-totalité de ces cours, la logique computationnelle est un prérequis.

Place du cours II

Une partie ou la totalité de ce cours sera utiliséé aux options

ISICO	IdSI
Systèmes d'Informatique nomades	Informatique pour la science et l'industrie
Décisionnel	Finances

Place du cours II

Une partie ou la totalité de ce cours sera utiliséé aux options

ISICO	IdSI
Systèmes d'Informatique nomades	Informatique pour la science et l'industrie
Décisionnel	Finances

et à la filière TSI.

Éléments de cuisine I

Site du cours : **http ://sifoci.eisti.fr**

Éléments de cuisine I

Site du cours : **http ://sifoci.eisti.fr**

sifoci $\Longrightarrow$ **S**ystèmes **I**nformatiques **FO**rmels et **I**ntelligents

Éléments de cuisine I

Site du cours : **http ://sifoci.eisti.fr**

sifoci $\Longrightarrow$ **S**ystèmes **I**nformatiques **FO**rmels et **I**ntelligents

Vous y trouverez

Éléments de cuisine I

Site du cours : **http ://sifoci.eisti.fr**

sifoci $\Rightarrow$ **S**ystèmes **I**nformatiques **FO**rmels et **I**ntelligents

Vous y trouverez

1. Le planning du cours réactualisé chaque semaine.

Éléments de cuisine I

Site du cours : **http ://sifoci.eisti.fr**

sifoci $\Longrightarrow$ **S**ystèmes **I**nformatiques **FO**rmels et **I**ntelligents

Vous y trouverez

1. Le planning du cours réactualisé chaque semaine.
2. Le poly du cours et les transparents de BSK et YLN.

Éléments de cuisine I

Site du cours : **http ://sifoci.eisti.fr**

sifoci $\Rightarrow$ **S**ystèmes **I**nformatiques **FO**rmels et **I**ntelligents

Vous y trouverez

1. Le planning du cours réactualisé chaque semaine.
2. Le poly du cours et les transparents de BSK et YLN.
3. Des livres et des articles sous forme électronique.

Éléments de cuisine II

9 séances : Cours 1h00, TD 2h00

Examen : 2h00.

Pendant les TD on travaillera essentiellement sur les ascèses du poly.
Les exercices sont à faire par vous en dehors des séances.
Pour quelques exercices, vous trouverez le corrigé sur le site.

Pourquoi ce cours ?

Pourquoi ce cours ?

■ Le problème est né
d'une pensée simple, logique et absurde ■

Boris Cyrulnik, La Recherche, juillet-août 2007

Pourquoi ce cours ?

Exemple (d'après A. Church)

Pourquoi ce cours ?

Exemple (d'après A. Church)
– J'AI VU LA PHOTO de QUELQ'UN

Pourquoi ce cours ?

Exemple (d'après A. Church)
– J'AI VU LA PHOTO de QUELQ'UN
– QUELQ'UN a assassiné A. LINCOLN

Pourquoi ce cours ?

Exemple (d'après A. Church)

– J'AI VU LA PHOTO de QUELQ'UN

– QUELQ'UN a assassiné A. LINCOLN

Donc

– J'AI VU LA PHOTO de l'assassin d'A. LINCOLN

Pourquoi ce cours ?

Conclusion (logique ?)

Pourquoi ce cours ?

Conclusion (logique ?)

■ L'ennui,c'est que
le réel est complexe ■

Boris Cyrulnik, op.c.

Pourquoi ce cours ?

Des éléments du cours sont utilisés dans les domaines :

Pourquoi ce cours ?

Des éléments du cours sont utilisés dans les domaines :

– Cohérence logique des algorithmes.

Pourquoi ce cours ?

Des éléments du cours sont utilisés dans les domaines :

– Cohérence logique des algorithmes.

– Vérification des programmes.

Pourquoi ce cours ?

Des éléments du cours sont utilisés dans les domaines :

– Cohérence logique des algorithmes.

– Vérification des programmes.

– Codesign matériel – logiciel.

Pourquoi ce cours ?

Des éléments du cours sont utilisés dans les domaines :

– Cohérence logique des algorithmes.

– Vérification des programmes.

– Codesign matériel – logiciel.

– Élaboration des compilateurs.

Pourquoi ce cours ?

Des éléments du cours sont utilisés dans les domaines :

– Cohérence logique des algorithmes.

– Vérification des programmes.

– Codesign matériel – logiciel.

– Élaboration des compilateurs.

– Intelligence Artificielle, Systèmes Experts.

Objectif de la logique

Objectif de la logique

– Analyse des propositions.

Objectif de la logique

– Analyse des propositions.
– Évaluation de la valeur de vérité des propositions.

Objectif de la logique

– Analyse des propositions.
– Évaluation de la valeur de vérité des propositions.

Difficultés

Objectif de la logique

– Analyse des propositions.
– Évaluation de la valeur de vérité des propositions.

Difficultés

– Ambguïtés de la langue.

Objectif de la logique

– Analyse des propositions.
– Évaluation de la valeur de vérité des propositions.

Difficultés

– Ambguïtés de la langue.
– Phrases presque identiques en forme et très différentes en contenu.

Objectif de la logique

- Analyse des propositions.
- Évaluation de la valeur de vérité des propositions.

Difficultés

- Ambguïtés de la langue.
- Phrases presque identiques en forme et très différentes en contenu.
- Phrases presque identiques en contenu et très différentes en forme.

Éléments d’une phrase I

Éléments d'une phrase I

– Les noms

Éléments d'une phrase I

– Les noms

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \textbf{dénotation} \text{ (quelque chose de particulier} \\ \text{n'est pris en compte que par ce qu'il dénote (?))} \\ \\ \\ \end{array} \right.$

Éléments d’une phrase I

– Les noms

$$\Rightarrow \begin{cases} \textbf{dénotation} \text{ (quelque chose de particulier} \\ \text{n'est pris en compte que par ce qu'il dénote (?))} \\ \textbf{sens} \text{ (condition que quelque chose de particulier} \\ \text{doit remplir pour être la dénotation)} \end{cases}$$

Éléments d'une phrase II

– Qualités

$\Rightarrow$ foncteur

Ex. $couleur\,(petitLivre) = rouge$

Éléments d’une phrase III

– Propriétés

$\Rightarrow$ prédicat, fonction à deux valeurs / Vrai, Faux

Éléments d'une phrase III

– Propriétés
$\Rightarrow$ prédicat, fonction à deux valeurs / Vrai, Faux
Ex. $couleur\,(petitLivre, rouge) = vrai$

Éléments d'une phrase IV

– Propositions

Éléments d'une phrase IV

– Propositions

$\Longrightarrow$ assemblage des mots

Éléments d'une phrase IV

– Propositions

$\Rightarrow$ assemblage des mots

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{évalué selon la forme (analyse syntaxique)} \\ \\ \end{array} \right.$$

Éléments d'une phrase IV

– Propositions

$\Rightarrow$ assemblage des mots

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{évalué selon la forme (analyse syntaxique)} \\ \text{évalué selon le sens (analyse sémantique)} \end{cases}$$

Éléments d'une phrase IV

– Propositions

$\Rightarrow$ assemblage des mots

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{évalué selon la forme (analyse syntaxique)} \\ \text{évalué selon le sens (analyse sémantique)} \end{cases}$$

Ex. Toto a dit à Koko que Lolo a frappé son chien.

Éléments d'une phrase V

Typologie des propositions

Éléments d'une phrase V

Typologie des propositions

$$\text{Proposition} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{proposition simple} \;\equiv\; \textbf{atome} \\ \\ \end{array} \right.$$

Éléments d'une phrase V

Typologie des propositions

$$\text{Proposition} \Rightarrow \begin{cases} \text{proposition simple} \;\equiv\; \textbf{atome} \\ \text{proposition composée} \equiv \text{plusieurs atomes} \end{cases}$$

Éléments d'une phrase V

Typologie des propositions

$$\text{Proposition} \Rightarrow \begin{cases} \text{proposition simple} \equiv \textbf{atome} \\ \text{proposition composée} \equiv \text{plusieurs atomes} \end{cases}$$

Atome est une proposition dont la structure interne ne nous intéresse pas.

Ingredients du calcul propositionnel

Ingredients du calcul propositionnel

Cadre : L'univers du discours $\mathcal{U}$

Ingredients du calcul propositionnel

Cadre : L'univers du discours $\mathcal{U}$

Éléments : Propositions logiques ou formules

Ingredients du calcul propositionnel

Cadre : L'univers du discours $\mathcal{U}$

Éléments : Propositions logiques ou formules

Objectif : Évaluer la validité d'une proposition et les conditions de cette validité

Ingredients du calcul propositionnel

Cadre : L'univers du discours $\mathcal{U}$

Éléments : Propositions logiques ou formules

Objectif : Évaluer la validité d'une proposition et les conditions de cette validité

Outils : Langage formel $\mathcal{L}_0$, lois de la logique

Exemple I

Exemple I

– $\mathcal{U} = \{X,\, Y,\, menteur,\ non\ menteur\}$

Exemple I

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ non\ menteur\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.

Exemple I

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur,\ non\ menteur\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur

Exemple I

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur,\ non\ menteur\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y dit toujours la vérité

Exemple I

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ non\ menteur\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y dit toujours la vérité
  - Donc $A = q\ ou\ r$

Exemple I

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ non \ menteur\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y dit toujours la vérité
  - Donc $A = q \ ou \ r$

On cherche à qualifier X et Y.

Exemple I

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ non \ menteur\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y dit toujours la vérité
  - Donc $A = q \ ou \ r$

On cherche à qualifier X et Y.

On fait l'hypothèse que q est vraie.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

– Donc q et r sont fausses.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

– Donc q et r sont fausses.

– Si q est fausse, alors X n'est pas un menteur.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

– Donc q et r sont fausses.

– Si q est fausse, alors X n'est pas un menteur.

– Contradiction, car X ne peut à la fois être et ne pas être un menteur.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

- A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.
- Donc q et r sont fausses.
- Si q est fausse, alors X n'est pas un menteur.
- Contradiction, car X ne peut à la fois être et ne pas être un menteur.
- Donc, X n'est pas un menteur.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

– Donc q et r sont fausses.

– Si q est fausse, alors X n'est pas un menteur.

– Contradiction, car X ne peut à la fois être et ne pas être un menteur.

– Donc, X n'est pas un menteur.

– Donc A est vraie et q n'est pas vraie.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

– Donc q et r sont fausses.

– Si q est fausse, alors X n'est pas un menteur.

– Contradiction, car X ne peut à la fois être et ne pas être un menteur.

– Donc, X n'est pas un menteur.

– Donc A est vraie et q n'est pas vraie.

– Donc, pour que A soit vraie, il faut que r soit vraie.

Exemple I (suite)

Mise en œuvre des lois de la logique

– A est fausse puisque c'est X qui l'exprime.

– Donc q et r sont fausses.

– Si q est fausse, alors X n'est pas un menteur.

– Contradiction, car X ne peut à la fois être et ne pas être un menteur.

– Donc, X n'est pas un menteur.

– Donc A est vraie et q n'est pas vraie.

– Donc, pour que A soit vraie, il faut que r soit vraie.

– Donc Y dit toujours la vérité.

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Les éléments du langage

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Les éléments du langage

– Propositions : $V_p = \{p, q, \ldots\}$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Les éléments du langage

- Propositions : $V_p = \{p, q, \ldots\}$
- Constantes : $\Xi = \{a, b, \ldots\}$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Les éléments du langage

- Propositions : $V_p = \{p, q, \ldots\}$
- Constantes : $\Xi = \{a, b, \ldots\}$
- Connecteurs : $L = \{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Les éléments du langage

- Propositions : $V_p = \{p, q, \ldots\}$
- Constantes : $\Xi = \{a, b, \ldots\}$
- Connecteurs : $L = \{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$
- (Séparateurs : (,), [,]) Éléments extra-logiques

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Les éléments du langage

- Propositions : $V_p = \{p, q, \ldots\}$
- Constantes : $\Xi = \{a, b, \ldots\}$
- Connecteurs : $L = \{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$
- (Séparateurs : (,), [,]) Éléments extra-logiques

Alphabet $\Sigma_0 = \{V_p, \Xi, L\}$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Une fbf est

– soit un atome

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Une fbf est

– soit un atome

– soit une proposition obtenue à partir des fbf A et B comme suit :

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Une fbf est

– soit un atome

– soit une proposition obtenue à partir des fbf A et B comme suit :

  – $\neg A$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Une fbf est

- soit un atome
- soit une proposition obtenue à partir des fbf A et B comme suit :
  - $\neg A$
  - $A \vee B$, $A \wedge B$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Une fbf est

- soit un atome
- soit une proposition obtenue à partir des fbf A et B comme suit :
  - $\neg A$
  - $A \vee B$, $A \wedge B$
  - $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$.

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Propositions $\equiv$ Formules Bien Formés (fbf)

Une fbf est

- soit un atome
- soit une proposition obtenue à partir des fbf A et B comme suit :
  - $\neg A$
  - $A \vee B$, $A \wedge B$
  - $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$.

Notation : Les fbf seront notés $A, B, C, \ldots$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Étant donné un univers du discours $\mathcal{U}$ nous pouvons construire le plus petit ensemble des fbf. On le note $F_0(\mathcal{U})$ ou, le plus souvent, F_0.

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Étant donné un univers du discours $\mathcal{U}$ nous pouvons construire le plus petit ensemble des fbf. On le note $F_0(\mathcal{U})$ ou, le plus souvent, F_0.

Nous avons ainsi le **langage formel d'ordre zéro** ou **langage du calcul propositionnel**

$$\mathcal{L}_0 = \{\Sigma_0, F_0\}$$

Langage formel $\mathcal{L}_0$

Étant donné un univers du discours $\mathcal{U}$ nous pouvons construire le plus petit ensemble des fbf. On le note $F_0(\mathcal{U})$ ou, le plus souvent, F_0.

Nous avons ainsi le **langage formel d'ordre zéro** ou **langage du calcul propositionnel**

$$\mathcal{L}_0 = \{\Sigma_0, F_0\}$$

Ce langage est muni des propriétés des connecteurs (cf. poly p.21).

Interprétation sémantique

Interprétation sémantique

C'est quoi ? Donner un sens aux fbf

Interprétation sémantique

C'est quoi ? Donner un sens aux fbf

$\Rightarrow$ connaître leur valeur de vérité.

Interprétation sémantique

C'est quoi ? Donner un sens aux fbf

$\Rightarrow$ connaître leur valeur de vérité.

Comment ? Dans un univers du discours $\mathcal{U}$

Interprétation sémantique

C'est quoi ? Donner un sens aux fbf

$\Rightarrow$ connaître leur valeur de vérité.

Comment ? Dans un univers du discours $\mathcal{U}$

– Les atomes ont une signification et une valeur de vérité données.

Interprétation sémantique

C'est quoi ? Donner un sens aux fbf

$\Rightarrow$ connaître leur valeur de vérité.

Comment ? Dans un univers du discours $\mathcal{U}$

- Les atomes ont une signification et une valeur de vérité données.
- Les fbf non atomiques ont une signification issue de la signification des atomes.

Interprétation sémantique

C'est quoi ? Donner un sens aux fbf

$\Rightarrow$ connaître leur valeur de vérité.

Comment ? Dans un univers du discours $\mathcal{U}$

– Les atomes ont une signification et une valeur de vérité données.

– Les fbf non atomiques ont une signification issue de la signification des atomes.

– Même chose pour les valeurs de vérité $\Rightarrow$ Table de vérité.

Interprétation sémantique

Interprétation sémantique

Table de vérité.

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \longrightarrow q$	$p \longleftrightarrow q$
F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V

Exemple I - Une autre vue

Exemple I - Une autre vue

– $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur,\ sincère\}$

Exemple I - Une autre vue

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ sincère\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.

Exemple I - Une autre vue

– $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur,\ sincère\}$
– *Propositions*
  – A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  – $q =$ X est un menteur

Exemple I - Une autre vue

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ sincère\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y est sincère

Exemple I - Une autre vue

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ sincère\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y est sincère
  - Donc $A = q \ ou \ r$

Exemple I - Une autre vue

- $\mathcal{U} = \{X, Y, menteur, \ sincère\}$
- *Propositions*
  - A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
  - $q =$ X est un menteur
  - $r =$ Y est sincère
  - Donc $A = q \ ou \ r$

On cherche à qualifier X et Y.

Exemple I - Une autre vue

Utilisation de la table de vérité

Univers $\mathcal{U}$		q	r	$A = q \vee r$	A selon $\mathcal{U}$	Absurde
X	Y					
menteur	menteur	V	F	V	F	oui

Exemple I - Une autre vue

Utilisation de la table de vérité

Univers $\mathcal{U}$							
X	Y	q	r	$A = q \vee r$	A selon $\mathcal{U}$	Absurde
menteur	menteur	V	F	V	F	oui
menteur	sincère	V	V	V	F	oui

Exemple I - Une autre vue

Utilisation de la table de vérité

Univers $\mathcal{U}$						
X	Y	q	r	$A = q \vee r$	A selon $\mathcal{U}$	Absurde
menteur	menteur	V	F	V	F	oui
menteur	sincère	V	V	V	F	oui
sincère	menteur	F	F	F	V	oui

Exemple I - Une autre vue

Utilisation de la table de vérité

Univers $\mathcal{U}$						
X	Y	q	r	$A = q \vee r$	A selon $\mathcal{U}$	Absurde
menteur	menteur	V	F	V	F	oui
menteur	sincère	V	V	V	F	oui
sincère	menteur	F	F	F	V	oui
sincère	sincère	F	V	V	V	non

Les deux premières lignes sont absurdes puisque la phrase est dite par X qui est un menteur.

Valuation

Valuation

Soit la fbf A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.

Valuation

Soit la fbf A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
Si q = X est un menteur et r = Y est sincère, alors $A = p \vee q$.

Valuation

Soit la fbf A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.

Si $q =$ X est un menteur et $r =$ Y est sincère, alors $A = p \vee q$.

BdD des atomes de A : $\Delta_A = \{q, r\}$

Interprétation $I \equiv$ valuation $\phi_I : \Delta_A \rightarrow \{V, F\}$

Valuation

Soit la fbf A : X dit : Je suis un menteur ou Y dit toujours la vérité.
Si $q =$ X est un menteur et $r =$ Y est sincère, alors $A = p \vee q$.

BdD des atomes de A : $\Delta_A = \{q, r\}$

Interprétation $I \equiv$ valuation $\phi_I : \Delta_A \rightarrow \{V, F\}$
Exemple : $\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$.

Satisfiabilité – Modèles

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

A est **satisfiable** par I ou

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

A est **satisfiable** par I ou

A est une **conséquence sémantique** de I

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

A est **satisfiable** par I ou
A est une **conséquence sémantique** de I
si A prend la valeur ■ vraie ■ pour I.

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

A est **satisfiable** par I ou
A est une **conséquence sémantique** de I
si A prend la valeur ■ vraie ■ pour I.

Dans ce cas I est un **modèle** pour A.

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

A est **satisfiable** par I ou
A est une **conséquence sémantique** de I
si A prend la valeur ■ vraie ■ pour I.

Dans ce cas I est un **modèle** pour A.

Notation : $I \models A$

Satisfiabilité – Modèles

A fbf, I interprétation

A est **satisfiable** par I ou
A est une **conséquence sémantique** de I
si A prend la valeur ■ vraie ■ pour I.

Dans ce cas I est un **modèle** pour A.

Notation : $I \models A$

Exemple : L'interprétation I donnée par la valuation
$\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$ est un modèle pour A.

Remarque

Remarque

L'interprétation $\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$ est un modèle pour A.

Remarque

L'interprétation $\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$ est un modèle pour A.
Si on tient compte de la signification de q, elle conduit à une absurdité.

Remarque

L'interprétation $\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$ est un modèle pour A.
Si on tient compte de la signification de q, elle conduit à une absurdité.
C'est le signe que la déscription de l'univers $\mathcal{U}$ est incomplète.

Remarque

L'interprétation $\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$ est un modèle pour A.
Si on tient compte de la signification de q, elle conduit à une absurdité.
C'est le signe que la déscription de l'univers $\mathcal{U}$ est incomplète.
En effet dans $\mathcal{U}$ on doit avoir la description du menteur sous la forme : $menteur(X) \rightarrow \neg proposition(X)$
Ainsi A serait fausse. Donc $\neg A = \neg q \wedge \neg r$ est vraie.

Remarque

L'interprétation $\phi_A(q) = V$, $\phi_A(r) = F$ est un modèle pour A.
Si on tient compte de la signification de q, elle conduit à une absurdité.
C'est le signe que la déscription de l'univers $\mathcal{U}$ est incomplète.
En effet dans $\mathcal{U}$ on doit avoir la description du menteur sous la forme : $menteur(X) \longrightarrow \neg proposition(X)$
Ainsi A serait fausse. Donc $\neg A = \neg q \wedge \neg r$ est vraie.
$\Rightarrow X$ n'est pas un menteur et Y dit toujours la vérité.

Pluie des définitions I

Pluie des définitions I

A et B deux fbf.

– A est une **tautologie** : A satisfiable par toute interprétation.

Pluie des définitions I

A et B deux fbf.

– A est une **tautologie** : A satisfiable par toute interprétation.
– A est **falsifiable** : il y a au moins une interprétation qui ne la satisfait pas.

Pluie des définitions II

– A est **insatisfiable** ou **sémantiquement incosistante** ou **antilogie** : il n'y a pas d'interprétation qui la satisfait.

Pluie des définitions II

- A est **insatisfiable** ou **sémantiquement inconsistante** ou **antilogie** : il n'y a pas d'interprétation qui la satisfait.
- A et B sont **équivalentes** (notation $A \equiv B$) ssi $A \leftrightarrow B$ est une tautologie.

Pluie des définitions II

- A est **insatisfiable** ou **sémantiquement inco-sistante** ou **antilogie** : il n'y a pas d'interprétation qui la satisfait.
- A et B sont **équivalentes** (notation $A \equiv B$) ssi $A \leftrightarrow B$ est une tautologie.

La suite au poly p.25 et suivantes.

Un dernier théorème (pour la route)

Un dernier théorème (pour la route)

Théorème : Soient A et B deux fbf. On a

$$A \models B \text{ est équivalent à } \models (A \rightarrow B)$$