* Listes et récursivité

- longueur([X|Y],N) :- longueur(Y,N1), N is N1+1
- somme(0,0).
  somme(N, Somme) :- N>0, N1 is N-1,
  Somme(N1, Somme1),
  Somme is Somme1 + N.

  // Somme des N premiers nb naturels.
- fact(0,1).
  fact(N,R) :- N>0, N1 is N-1,
  fact(N1,R1),
  R is R1*N.
- puiss(_X,0,1). // Si on ne met pas "_" : warning.
  puiss(X,N,Res) :- N>0, N1 is N-1,
  puiss(X,N1,Res1),
  Res is X*Res1.

* Arrêt lorsque la liste est vide

=> POUR : - programmes d'énumération (nbs d'élts qu'une liste contient, nb d'occurences d'un elt ds une liste, etc...)

- affichage d'une liste, copie d'une liste, concaténation de deux listes.

.longueur([],0). C1
longueur([Tete|Reste], Long) :- longueur(R,N1), N is N1+1 C2
?- longueur([a,b,c], L)

① C2 activée
On doit faire comme substitut° : G_1 = (T/a, R/[b,c], N/L)
Ⓐ longueur(R,N1), [N is N1+1]
T/a = _G001 R/[b,c] = _G002, N/L = _G003,
N1 = _G004
Ⓐ longueur(_G002, _G004).
[_G003 is _G004+1] => _G003 = 2+1 = 3

② ?- longueur([b,c],N1).
C2 activée
G_2 = (T/b, R/c, N/N1) on a déjà N1
T/b = _G005, R/c = _G006, N/N1 = _G004
N1 = _G007 // pour le nouveau N1
Ⓑ longueur(_G006, _G007), [G004 is _G007+1]
=> _G004 = 1+1 = 2.

③ C2 activée
G_3 = (T/c, R/[], N/N1)
T/c = _G008, R/[] = _G009, N/N1 = _G007.
N1 = _G010 => _G007 = 0+1
Ⓒ longueur(_G008, _G010), [_G007 is _G010+1]

④ C1 activée
longueur([],0).
_G010 ← 0 dc chargement des 3 premiers appels.

- affichelisté([]).
  affichelisté([T|R]) :- write(T), affichelisté(R).
- copier([],[]).
  copier([T|R],[T|R]) :- copier(R,R).
- posL(a,[b,a,c],P) => P = 2.
  posL(X,[X|_],1).
  posL(X,[T|R],P) :- posL(X,R,P1), P is P1+1.
- suppress(X,[X|R],R).
  suppress(X,[T|R],[T|R1]) :- suppress(X,R,R1).
- remplace(X,Y,[X|R],[Y|R]).
  remplace(X,Y,[T|R],[T|R1]) :- remplace(X,Y,R,R1).
- afficheNth(1,[X|_]) :- write(X), nl.
  afficheNth(N,[T|R]) :- N>1, N1 is N-1,
  afficheNth(N1,R).

suppress(P, X, [T|R], [T|R1]) :- P>1, P1 is P-1, suppress(P1, X, R, R1).

* Modèle de Herbrand

- Univers de Herbrand = ensemble de clauses E, de tous les termes filtrés que l'on peut former en utilisant les constantes et les foncteurs de E.
- terme filtré = fbf sans variable

$E = \{p(a), \neg(p(X) \vee q(X)\} \Rightarrow U_E = \{a\}$ (1)

$E = \{\neg p(X) \vee q(X)\} \Rightarrow U_E = \{a_H\}$ (2)

(3) $E = \{p(a), \neg(p(X) \vee q(s(X))\} \Rightarrow U_E = \{a, s(a), s(s(a)), \dots\} = \{s^n(a), n \geq 0\}$.

- Base de Herbrand = ens. de ts les atomes filtrés que l'on peut former en utilisant les symboles de E.

(1) : $B_E = \{p(a), q(a)\}$.

(2) : $B_E = \{p(a_H), q(a_H)\}$

(3) : $B_E = \{p(s^n(a)), q(s^n(a)), n \geq 0\}$.

- Interprétation de Herbrand :
  - chaque constante $c \in E \to c_{I_E} = c \in U_E$
  - chaque foncteur $f \in E \to f_{I_E}((t_1)_{I_E} \dots (t_n)_{I_E}) = f(t_1 \dots t_n) \in U_E$.
  - p de E → une relation qcq $p_{I_E} \subseteq U_E^{m(3)}$ $(U_E^n \to \{0,1\})$

Ex : $E = \{p(a), \neg p(X) \vee q(s(X))\}$

$A = \{p(a), p(s(a)), q(a), q(s(a))\}$

$I_E = \{F, V, V, F\} = \{\neg p(a), p(s(a)), q(a), \neg q(s(a))\}$

- Modèle minimal de Herbrand
  - Modèle de Herbrand : ss ens. de B_E →
    ex : $B = \{p(a), p(b)\}$ $(E = \{p(A) \vee p(B)\})$ ← clauses
    $I_1 = \{p(a)\}, I_2 = \{p(b)\}, I_3 = \{p(a), p(b)\}$
  - Modèle minimal :
    $I_1 \cap I_2 \cap I_3 = \emptyset$ dc Il n'y a pas de modèle minimal.
  - Il y a un modèle minimal uniquement lorsque le programme E est défini. → clauses de H>0, règles

- Théorème de Herbrand : Un ensemble E de clauses est insatisfiable ssi il n'a pas de modèle de Herbrand.
- B_E est un modèle de Herbrand si programme défini
- Opérateur de la conséquence immédiate.

Soit E un programme défini.

$T_E : P(B_E) \to P(B_E)$

$I \in P(B_E) \mapsto T_E(I) = \{A\sigma \in f, \dots, B_n \sigma \in f$ (conclusion filtrée)

où $\{A \leftarrow B_1, \dots, B_n\} \in E$ → règles.

et $\{B_1 \sigma f, \dots, B_n \sigma f\} \subseteq I\}$.

Ex : $P = \{p(f(X)) \leftarrow f(X), q(a) \leftarrow p(X)\}$

$U_+ = \{f^n(a) \mid n \geq 0\}$

$B_T = \{p(f^n(a)), q(f^{(m)}(a)), n, m \geq 0\}$.

$T_E(\emptyset) = \{p(a)\}$.

$T_E(1) \Rightarrow I = p(a)$

$T_E(1) = \{p(a), q(a), p(f(a))\}$ $\sigma f = (X/a)$.