* Calcul propositionnel.

* 1 fbf : soit un atome
  soit une proposition obtenue
à partir des fbf A et B selon :
- $\neg A$
- $A \vee B$, $A \wedge B$
- $A \to B$, $A \leftrightarrow B$

* $p \leftrightarrow \neg\neg p$, $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$, $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$, $p \to q \leftrightarrow \neg p \vee q$

* directe : $p \to q$
  contraposée : $\neg q \to \neg p$
  inverse : $q \to p$
  négation : $\neg p \to \neg q$

* fbf : $A = p \vee q$ $\Delta_A = \{p, q\}$
Valuation φ de Δ_A tq : $\varphi(p) = 1$, $\varphi(q) = 0$
$\Rightarrow \varphi_I(A) = 1$.

* Interprétation qui rend toutes les formules vraies : ts les fbf = 1 (chercher les φ_I).

* TAUTOLOGIE ($\models A$) : fbf vraie $\forall$ interprétat°

* A satisfiable par I :
  - Si $A \in V_P$, alors $I \models A$ ssi $\varphi_I(A) = 1$.
  - Si A est de la forme $(\neg p)$, ___ ssi $I \not\models B$ (1)
  - Si A ___ $(B \wedge C)$, ___ ssi $I \models B$ et $I \models C$
  - Si A ___ $(B \vee C)$, ___ ssi $I \models B$ ou $I \models C$

ex : • $F = \{p \wedge q, q \vee r\} = (p \wedge q) \wedge (q \vee r)$
$p = q = 1 \Rightarrow \varphi_I(F) = 1 \Rightarrow$ satisfiable
$p = q = 0$ et $r = 1 \Rightarrow \varphi(F) = 0 \Rightarrow$ pas une tauto-
• $F = \{p \wedge q, q \wedge r, \neg r\} = p \wedge q \wedge \underbrace{r \wedge \neg r}_{\bot} = \bot \not\models A$

* Si $\Leftrightarrow$ $\to$
  Si ... si $\Leftrightarrow$ ... $\to$ ... $\to$
(on peut montrer que deux programmes st $\Leftrightarrow$ par la syntaxe ou les tables de vérité)

* FORMES CLAUSALES :
- Clause $C = p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n$
  Clause vide : $\bot$. Il s'agit tjs d'une fbf fausse.
- $C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_n$: FCN (forme conjonctive normale).

* CLAUSE DE HORN : A REVOIR
C'est une clause qui a une des 3 formes suivantes :
- $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \to q$ (règles)
- $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \to$ (questions)
- $\to q$ (faits)
Elle peut s'écrire $\neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n) \vee q$

* Résolvant : $C_R(p) = C_p \cup C_{\neg p}$
$R_C(p) = (C - (C_p \cup C_{\neg p})) \cup (C_{-p} \cup C_{-\neg p})$
où $C_{-p} = C_p - \{p\}$ et $C_{-\neg p} = C_{\neg p} - \{\neg p\}$

* Mq $(a \wedge (a \to b) \wedge \neg b) \models \bot$
$\Rightarrow$ passer d'abord par la FCN : $(a \wedge (\neg a \vee b) \wedge \neg b) \models \bot$
$E = \{a, \neg a \vee b, \neg b\}$ $R_C(a) = \{\neg b\} \cup \{b\} = \{\neg b, b\}$
$E' = \{\neg b, b\} = \{\bot\}$: VIDE

p	q	¬p	p∨q	p∧q	p→q	p↔q
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1

* Vous n'êtes pas sans savoir :
  p : savoir, q : être.
  $\neg(q \wedge \neg p)$

* Pour montrer qu'on a tjs : $(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$: montrer que la dernière colonne de la table de vérité est tjs égale à 1.

* $\vee p \neg \wedge q \Rightarrow$ DISJONCTION (PAS FBF)

* $p \to q \equiv \neg p \vee q$
  $p \leftrightarrow q \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$
  $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
  $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

---

* Mq $C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_n \to A \Rightarrow$ PAR L'ABSURDE
  ↳ Algorithme de QUINE

ex :
* Théorème de réfutation : Mq $((p \to q) \wedge p) \to q$.
$p \to q \wedge p \vdash q$
$E = \{p \to q, p\}$, $Q = q$
$E = \{\neg p \vee q, p, \neg q\}$: on ajoute la négation.
$E' = (E - (C_p \cup C_{\neg p})) \cup (C_{-p} \cup C_{-\neg p})$
$= \{\neg q\} \cup \{q\} = \{\bot\}$ donc OK

* Algorithme de Quine :
$((p \to q) \to p) \to q$
$(\neg p \vee q) \to p \to q$
$(\neg(\neg p \vee q) \vee p \to q$
$\neg(\neg(\neg p \vee q) \vee p) \vee q$

symbole $\Leftrightarrow$ (symb ⊤) ∧ (symb ⊥)
$p \Leftrightarrow (p|\top) \wedge (p|\bot)$
$\neg(\neg(\neg\top \vee q) \vee \top \vee q) \wedge (\neg(\neg\bot \vee q) \vee \bot \vee q)$
etc ... $\Rightarrow \underline{(\top \vee q) \wedge q}$