Algorithmique TD n°6

Exercice 1

A = (13, 19, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 11, 2, 6, 21)

1. Tri fusion

$$A = \left(13, 19, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 11, 2, 6, 21\right)$$

$$A\_{0} = \left(13, 19, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 11, 2, 6, 21\right)$$

$$A\_{1} = \left(13, 19, 9, 5, 12, 8, 4, 7, 11, 2, 6, 21\right)$$

$$A\_{2} = \left(9,13, 19, 5,8, 12, 4,7, 11, 2, 6, 21\right)$$

$$A\_{3} = \left(5, 8, 9, 12 ,13, 19, 2, 4, 6, 7, 11, 21\right)$$

$$A\_{4} = \left(2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 19, 21\right) $$

1. Tri rapide

$$A = \left(13, 19, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 11, 2, 6, 21\right)$$

$$A\_{1} = \left(13, 19, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 11, 2, 6, 21\right)$$

$$A\_{2} = \left(5, 4, 2,6,13, 12, 8, 7, 19, 11, 9, 21\right)$$

$$A\_{3} = \left(2,5, 4, 6,8, 7,9, 13, 12, 19, 11, 21\right)$$

$$A\_{4} = \left(2,4, 5, 6,7,8,9, 11,13, 12, 19, 21\right)$$

$$A\_{5} = \left(2,4, 5, 6,7,8,9, 11,13, 12, 19, 21\right)$$

$$A\_{6} = \left(2,4, 5, 6,7,8,9, 11,12, 13, 19, 21\right)$$

$$ $$

Exercice 2

Evaluation complexité du tri insertion.

* C1(n) = 3n²+4n-7

Evaluation complexité du tri fusion.

* C2(n) = 2\*C(n/2) + 5 + 6n + 4n

 = 2\*C(n/2) + 10n + 5

 ………………………………………………………

 = n + 10nlog\_2(n) + 10n

 = n + 10nlog\_2(n) + 10n

 = 11n + 10nlog\_2(n)

C1(15) = 675 + 60 – 7 = 728

C2(15) = 165 + 585 = 745

C1(16) = 768 + 64 – 7 = 825

C2(16) = 176 + 640 = 816

1. Modif de l’algo

procedure trifusion(ES: tableau t(N):entier,d:entier,f:entier )

variables

m: e n t i e r

s i (f-d) >15 alors

 m (d+f)/2

 trifusion(t,d,m)

 trifusion(t,m+1,f)

 fusion(t,d,m,f)

sinon

 triinsertion(t(N),f-d+1)

f s i

finprocedure

1. Dans le cas le plus défavorable, les n/k tableaux sont de dimensions k et ils ont tous une complexité égale à 3k²+4k-7. Si cela se répète sur les n/k tableaux, on obtient une complexité égale à : 3nk+4n – n/k soit un O(kn).
2. On a à fusionner n/k tableaux deux a deux. A chaque niveau de fusions (cela signifie que l’on a divisé par deux le nombre de tableaux) on a 10n opérations. => 10nlog\_2(n/k) opérations pour réaliser toutes les fusions.
3. On fait la somme des résultats des deux questions précédentes. Il faut utiliser k=15.

Exercice 3

 Si on a n éléments, il y a donc n! possibilités de rangements possibles. De plus, si on a réussi à équilibrer l’arbre des comparaisons, la profondeur de l’arbre est donnée par log\_{2}(n!). D’après la formule de Stirling $n!=\sqrt{2πn} \left(\frac{n}{2}\right)^{n}$