Solution_01 : Démonstrations

Jorge Luiz Mayorquim - 2 Novembre 2004

1.1 Démonstrations

1.1.1 Conversion de base

DÉFINITION 1.1.1 *Conversion de la Partie Entier*

Soit un nombre entier $\mathbf{N}$ *de base* $\mathbf{b}$*. Il peut être converti à la base* $\mathbf{b_1}$ *par une séquence de divisions. Les chiffres* $\mathbb{C}_i$ *sont les restes de chaque division, tel que* $\mathbb{C}_i < \mathbf{b_1}$*.*

$$
\begin{array}{lllllll}
 & & & & & & \textit{Restes} \\
\mathbf{b_1} \div \mathbf{N} & & & & & & \\
 & \mathbf{b_1} \div \mathbf{N_1} & & & & & \mathbb{C}_0 \\
 & & \mathbf{b_1} \div \mathbf{N_2} & & & & \mathbb{C}_1 \\
 & & & . & & & \mathbb{C}_2 \\
 & & & . & & & . \\
 & & & . & & & . \\
 & & & \mathbf{b_1} \div \mathbf{N_n} & & & . \\
 & & & & \mathbf{b_1} \div 0 & & \mathbb{C}_n
\end{array}
\tag{1.1.1}
$$

Nous pouvons réecrire la division de la façon suivante :

$$
\begin{array}{lll}
\mathbf{N} & = \mathbf{b_1}.\mathbf{N_1} & + \mathbb{C}_0 \\
\mathbf{N_1} & = \mathbf{b_1}.\mathbf{N_2} & + \mathbb{C}_1 \\
\mathbf{N_2} & = \mathbf{b_1}.\mathbf{N_3} & + \mathbb{C}_2 \\
. & & \\
. & & \\
. & & \\
\mathbf{N_n} & = \mathbf{b_1}.\mathbf{0} & + \mathbb{C}_n
\end{array}
\tag{1.1.2}
$$

ou

$$
\begin{array}{lll}
\mathbf{N} & = \mathbf{b_1}.\mathbf{N_1} & + \mathbb{C}_0 \\
\mathbf{N} & = \mathbf{b_1}.(_{\mathbf{1}}.\mathbf{N_2}+\mathbb{C}_1) & + \mathbb{C}_0 \\
\mathbf{N} & = \mathbf{b_1}^{\mathbf{2}}.\mathbf{N_2}+\mathbf{b_1}.\mathbb{C}_1 & + \mathbb{C}_0 \\
. & & \\
. & & \\
. & & \\
\mathbf{N} & = \mathbb{C}_n\mathbf{b_1}^{\mathbf{n}}+\mathbb{C}_{n-1}\mathbf{b_1}^{n-1}+\ldots+\mathbb{C}_1.\mathbf{b_1} & + \mathbb{C}_0
\end{array}
\tag{1.1.3}
$$

1.1.2 Complément à b

L'addition de M pour le complément à b de N est donnée par $(M + r^n - N)$. Pour les nombres qui ont une partie entière de n chiffres, la valeur de r^n est égale à 1 pour la position $(n+1)$, i.e. pour l'end carry. Puisque, les deux nombres M et N sont supposés positifs, alors :

$$\begin{array}{ll} (a) & (M + r^n - N) \geq \text{ si } M \geq N \text{ , ou} \\ (b) & (M + r^n - N) < \text{ si } M < N. \end{array} \tag{1.1.4}$$

Pour le cas (a), la réponse est positive et égale à $(M - N)$, laquelle est directement obtenue en éliminant l'end carry de r^n.

Pour le cas (b), la réponse est négative et égale à $-(M - N)$. Dans ce cas, il n'existe pas l'end carry. La réponse sera obtenue en réalisant un deuxième complément et en additionnant le signe négatif.