

Cartouche du document

Année : ING 1

Matière : Théorie des langages

Activité : Examen

Objectifs

Cet examen porte sur :

- les grammaires régulières et hors contexte ;
- les automates finis déterministes ou non ;
- langages rationnels : les quotients gauches et les systèmes d'équations des automates ;
- langages algébriques : l'algorithme de CKY et les automates à pile ;
- Les machines de Turing.

Tous les documents sont autorisés.

Durée : 1h30

Les ordinateurs sont autorisés mais seulement en fonctionnement local.

Vous devez rendre des copies papiers.

Sommaire des exercices

- 1 - Polynômes formels
- 2 - Langage hors contexte et algorithme CKY
- 3 - Automates à états finis
- 4 - Langage et grammaire

Corps des exercices

1 - Polynômes formels

Énoncé :

On définit formellement les polynômes à coefficients entiers de la façon suivante :

- 1) les noms des variables sont de la forme X suivi de 0 à plusieurs chiffres
- 2) un paramètre est un nombre entier
- 3) un nombre entier est une succession finie de chiffres
- 4) le symbole d'addition est $+$
- 5) le symbole de soustraction est $-$
- 6) le symbole du produit est $*$
- 7) le symbole de puissance est $^$
- 8) un polynôme est une somme algébrique ($+$ et $-$) de monômes
- 9) un monôme est le produit d'un paramètre par une puissance de la variable X

Question 1)

Énoncé de la question

Barème 2.5 points

L'énoncé définit le langage des polynômes formels à coefficients entiers. On vous demande de séparer les règles de l'énoncé en lexicales d'une part et syntaxiques d'autre part.

Solution de la question

L'analyse lexicale consiste à vérifier si les mots utilisés dans une expression appartiennent au langage étudié. Les types des mots sont dans notre cas : nom d'une variable, paramètre, addition, soustraction, produit, division, puissance. On recense les règles qui permettent de fabriquer ces mots : 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7.

L'analyse lexicale consiste à vérifier si l'assemblage des mots dans une expression est correct. On recense les règles qui permettent d'assembler ces mots : 8 et 9.

La règle 2 peut éventuellement être considérée comme une règle syntaxique.

Question 2)

Énoncé de la question

Barème 2.5 points

En déduire une grammaire pour vérifier qu'une expression (d'un polynôme formel) est syntaxiquement correcte.

Solution de la question

// La grammaire de l'analyse syntaxique d'un polynôme formel

Les terminaux : $T = \{ \text{paramètre, variable, plus, moins, produit, puissance} \}$

Les non terminaux : $N = \{ \text{Polynome, Monome} \}$

Règles de production : $P = \{$

Règle : Monome \rightarrow paramètre produit variable puissance paramètre

Règle : Polynome \rightarrow Monome

Règle : Polynome \rightarrow Polynome plus|moins Monome

$\}$

2 - Langage hors contexte et algorithmes CKY

Énoncé :

Dans cet exercice, on étudie la grammaire suivante :

// La grammaire d'une expression complètement parenthésée

Les terminaux : $T = \{ \text{opérateurB}, \text{opérande}, (,) \}$

Les non terminaux : $N = \{ S, ES \}$

Règles de production : $P = \{$

Règle : $ES \rightarrow \text{opérande}$

Règle : $ES \rightarrow ES \text{ opérateurB opérande}$

Règle : $S \rightarrow (ES)$

Règle : $S \rightarrow (S \text{ opérateurB } S)$

$\}$

Question 1)

Énoncé de la question

Barème 2.5 points

Mettre cette grammaire sous forme normalisée de Chomsky.

Solution de la question

// La grammaire d'une expression complètement parenthésée

// sous forme de Chomsky

Les terminaux : $T = \{ \text{opérateurB}, \text{opérande}, (,) \}$

Les non terminaux : $N = \{ S, ES, OpD, Op, ParO, ParF, FinES, ESPF, SuiteS, ParOS, ParFS \}$

Règles de production : $P = \{$

Règle : $OpB \rightarrow \text{opérateurB}$

Règle : $Op \rightarrow \text{opérande}$

Règle : $ParO \rightarrow ($

Règle : $ParF \rightarrow)$

Règle : $ES \rightarrow \text{opérande}$

Règle : $ES \rightarrow ES \text{ FinES}$

Règle : $FinES \rightarrow OpB Op$

Règle : $S \rightarrow ParO \text{ ESPF}$

Règle : $ESPF \rightarrow ES \text{ ParF}$

Règle : $S \rightarrow ParOS \text{ SuiteS}$

Règle : $SuiteS \rightarrow OpB \text{ ParFS}$

Règle : $ParOS \rightarrow ParO S$

Règle : $ParFS \rightarrow S \text{ ParF}$

$\}$

Question 2)

Énoncé de la question

Barème 2.5 points

Montrer que l'expression (opérande opérateurB opérande) est complètement parenthésée à l'aide de l'algorithme de Coke, Younger et Kasami.

Solution de la question

3 - Automates à états finis

Énoncé :

Soit le langage sur $\{0, 1\}$ reconnaissant les nombres binaires qui sont des multiples de 4.

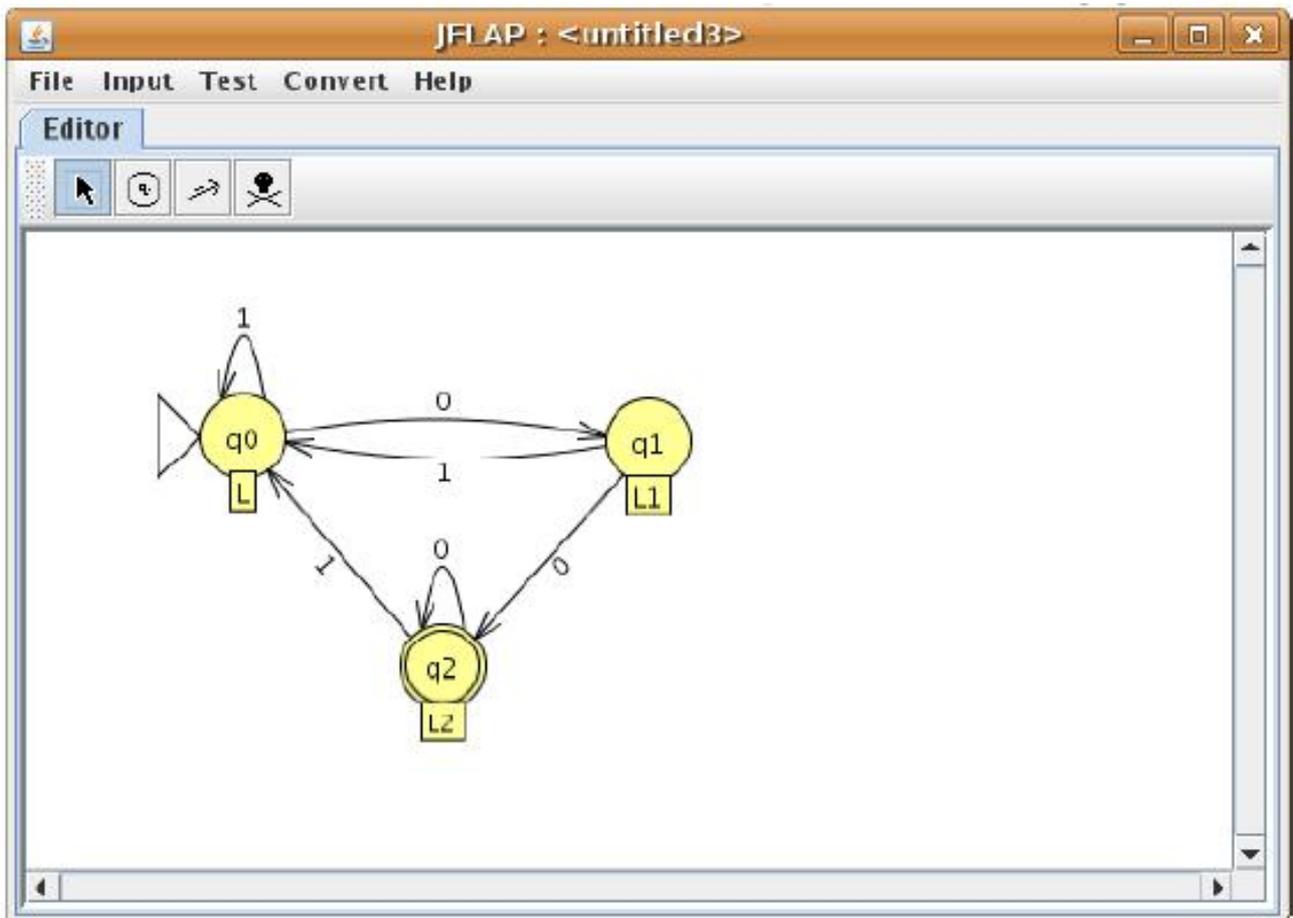
Question 1)

Énoncé de la question

Barème 1 point

Écrire un automate d'états finis déterministe qui reconnaît ce langage.

Solution de la question



Question 2)

Énoncé de la question

Barème 2 points

Utiliser le lemme d'Arden pour trouver l'expression régulière de ce langage.

Solution de la question

Question 3)

Énoncé de la question

Barème 2 points

Vérifiez votre réponse à la première question en utilisant la méthodes des quotients gauches.

Solution de la question

4 - Langage et grammaire

Énoncé :

On considère le langage suivant : $\{ a^i b^j a^{i+j+k} b^k / i, j, k \geq 0 \}$.

Question 1)

Énoncé de la question

Barème 2 points

Écrire une grammaire engendrant ce langage.

Solution de la question

Question 2)

Énoncé de la question

Barème 1 point

En déduire la classe de langages engendrée par cette grammaire.

Solution de la question

Question 3)

Énoncé de la question

Barème 2 points

Selon le cas, construire une machine (Automate d'états finis, Automate à pile, Machine de Turing)

permettant de reconnaître ce langage.

Solution de la question