

## Cartouche du document

Année : ING 1  
Matière : Algo  
Activité : Travail dirigé

## Objectifs

- Notions de langage hors contexte ou algébrique.
- Normalisation de Chomsky
- Algorithme CKY
- Application au traitement des langues

### Définition :

Un langage hors contexte est aussi appelé langage algébrique

Une grammaire hors contexte (ou algébrique) est un quadruplet  $T, N, S, P$  où :

- $T$  : ensemble des éléments terminaux.
- $N$  : ensemble des éléments non terminaux.
- $S$  : élément non terminal initial
- $R$  : ensemble de règles où les règles peuvent être de la forme :
  - $X \rightarrow a$  où  $a \in T$  et  $X \in N$
  - $X \rightarrow Y$  où  $Y \in (N \cup T)^*$  et  $X \in N$

### Définition :

Une grammaire hors contexte (sans  $\epsilon$ ) est dite sous forme normale de Chomsky si et seulement si toutes les règles sont de la forme :

$A \rightarrow a$  où  $a \in T$

$A \rightarrow BC$  où  $B, C \in N$

## Sommaire des exercices

- 1 - Normalisation de Chomsky
- 2 - Des propositions très relatives

## Corps des exercices

### 1 - Normalisation de Chomsky

Enoncé :

Il s'agit dans cet exercice de normaliser une grammaire puis de se servir de cette normalisation pour définir un algorithme (en  $n^3$ ) qui teste si un mot appartient ou n'appartient pas au langage engendré par la grammaire.

### Question 1)

#### Enoncé de la question

Soit la grammaire  $G$  basée sur l'alphabet  $\{a, b\}$ .

- (1)  $S \rightarrow b A$
- (2)  $S \rightarrow a B$
- (3)  $A \rightarrow b A A$
- (4)  $A \rightarrow a S$
- (5)  $A \rightarrow a$
- (6)  $B \rightarrow a B B$
- (7)  $B \rightarrow b S$
- (8)  $B \rightarrow b$

Mettre cette grammaire sous forme normalisée de Chomsky.

Procédure de transformation sous forme normale de Chomsky:

1. remplacer tous les terminaux  $x$  en partie droite des règles par des non terminaux en ajoutant des règles de la forme  $X \rightarrow x$
2. transformer les parties droites des règles comme suit :  $X \rightarrow Y Z W$  par deux règles  $X \rightarrow Y V$  et  $V \rightarrow Z W$
3. transformer les parties droites des règles comme suit :  
 $X \rightarrow Y$  par  $X \rightarrow W Z$  si  $Y \rightarrow W Z$

### Question 2)

#### Enoncé de la question

Montrer que le mot **aabbab** appartient au langage engendré par la grammaire. On utilisera l'algorithme de Chomsky.

Algorithme de Cocke, Younger et Kasami qui permet de tester si un mot  $w$  est reconnu par une grammaire sous forme normale de Chomsky.

On note  $n$  la longueur du mot  $w$  :  $n = |w|$ . On définit  $v$  une matrice de dimensions  $(n,n)$

Pour  $i = 1$  à  $n$

DEBUT

$v[i,1] = \{A \text{ tel que } A \text{ est le membre gauche d'une règle } A \rightarrow a \text{ et } a \text{ est le } i^{\text{ème}} \text{ symbole du mot } w\}$

FIN

```

Pour j = 2 à n
  DEBUT
  Pour i = 1 à n - j + 1
    DEBUT
    v[i,j] = ∅
    Pour k = 1 à j - 1
      DEBUT
      v[i,j] = v[i,j] ∪ {A tel que A est le membre gauche
      d'une règle A → B C avec B ∈ v[i,k] et
      C ∈ v[i+k,j-k]}
      FIN
    FIN
  FIN
  FIN
  Le mot w est reconnu par la grammaire <==> S v[1,n]

```

## 2 - Des propositions très relatives

### Enoncé :

On s'intéresse aux constructions de phrases avec des propositions relatives. On définit la grammaire suivante : On considère la grammaire hors contexte suivante:

```

s → sn sv
sn → det n reln | det n rela | np reln | np rela
reln → pron sv
rela → proa sn vt
sn → det n
sn → np
sv → vi | vt sn
proa → que
pron → qui
vt → regarde | regardent | mange | mangent
vi → dort | dorment | tombe | tombent
det → une | un | la | le | des | les
n → pommes | pomme | femme | femmes
np → pierre | marie

```

Légende :

- reln <==> proposition relative nominative
- rela <==> proposition relative accusative
- proa <==> pronom relatif accusatif
- pron <==> pronom relatif nominatif
- vi <==> verbe intransitif
- vt <==> verbe transitif
- det <==> déterminant
- n <==> nom commun
- np <==> nom propre

### Question 1)

#### Enoncé de la question

Vérifier l'appartenance de la phrase **Une pomme que Pierre regarde tombe** au langage reconnu par la grammaire en utilisant un arbre syntaxique.

## Question 2)

### Enoncé de la question

Appliquer l'algorithme CKY pour vérifier :

- l'appartenance de la phrase **Une pomme que Pierre regarde tombe** au langage engendré par la grammaire
- le rejet de la phrase **Une pomme qui Pierre regarde tombe** du langage engendré par la grammaire