

Théorie des Langages - EISTI - ING 1

Yannick Le Nir

Ecole Internationale des Sciences du Traitement de l'Information

yannick.lenir@eisti.fr

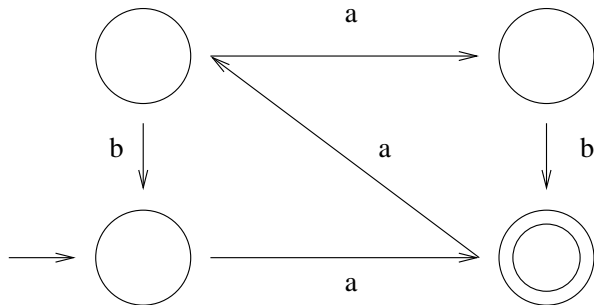
Concept

- ▶ Ensemble d'états (description du système à un instant donné)
- ▶ Ensemble d'évènements (communication vers l'extérieur)
- ▶ Ensemble de transition (triplets permettant l'évolution du système : $etat-i, evt, etat-f$)

Definition

Un automate d'états finis est un triplet $\langle Et, Ev, \Psi \rangle$ où Et est un ensemble fini d'états, Ev un ensemble fini d'évènements et $\Psi : \langle Et, Ev \rangle \rightarrow Et$, une relation définissant les transitions.

Exemple d'automate



Chaînes reconnues : aaba , aaab, ...

Modélisation

Les transitions entre états peuvent modéliser des problèmes autres que liés à l'axe du temps

Non-événement

Une transition associée à un non-événement, noté ε est appelée ε -transition (exemple : attente d'un message qui n'arrive pas).

Déterminisme

Un AFD est déterministe si $\forall (et_i, ev) \in \langle Et, Ev \rangle$, il existe au plus un élément $et_f \in Et$ tel que $\Psi(et_i, ev) = et_f$. Un automate qui n'est pas déterministe est dit indéterministe.

Ensemble de motifs

Soit G un ensemble et C une condition portant sur les éléments de cet ensemble. On définit

$M_C(G) = \{g \in G / C(g) \text{ est vraie} \}$. Cet ensemble est appelé ensemble de motifs de G associés à C .

Définition

Un AFD à reconnaissance de motifs est un quintuplet $\langle Et, F, Ev, \Psi, q_0 \rangle$ tel que :

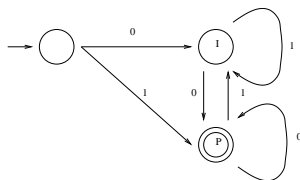
- ▶ $\langle Et, Ev, \Psi \rangle$ est un automate d'états finis
- ▶ $F \in Et$ est un ensemble non vide dit d'états finaux
- ▶ $q_0 \in Et$ est l'état initial

Exemple

Soit G l'ensemble des suites finies de nombres binaires (0 ou 1) et C la condition définie par $C(g)$: g contient un nombre pair de 0. L'automate à reconnaissance de motifs suivant reconnaît les nombres respectant la condition C :

- ▶ $Et = \{Debut, Pair, Impair\}$
- ▶ $F = \{Pair\}$
- ▶ $Ev = \{0, 1\}$
- ▶ Ψ est définie par les transitions

Evènement	0	1
Etat		
Debut	Impair	Pair
Impair	Pair	Impair
Pair	Impair	Pair



Déterminisation

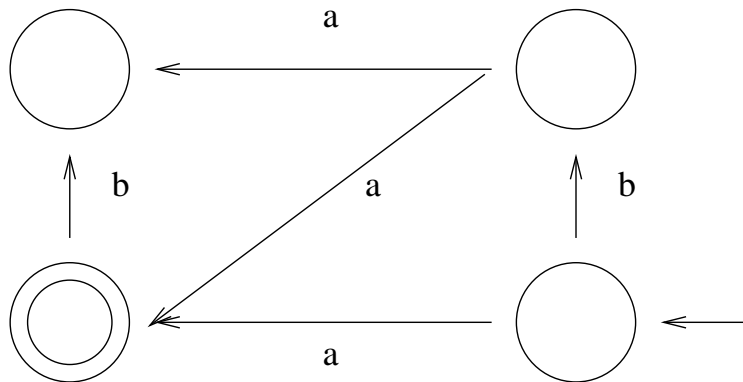
Théorème

Pour tout automate indéterministe à reconnaissance de motifs AIM $\langle Et, F, Ev, \Psi, q_0 \rangle$, il existe un automate déterministe ADM $\langle Et', F', Ev', \Psi', q'_0 \rangle$ à reconnaissance de motifs équivalent.

Preuve

- ▶ Construction de ADM par récurrence
 - ▶ Événements identiques : $Ev' = Ev$
 - ▶ Et' sous ensemble de Et : $Et' \subseteq P(Et)$
- ▶ Base : $G_0 = \{\{q_0\}\}$, $E' = \emptyset$ et $q'_0 = \{q_0\}$
- ▶ Récurrence : init de G_n à \emptyset . $\forall et \in G_{n-1}$ et $\forall ev \in Ev$,
 $et' = \{et'_i \in E / \exists et_i \in E \text{ tel que } et'_i = \Psi(ev, et_i)\}$
 - ▶ Si $et' \neq \emptyset$ alors $E' = E' \cup \{et'\}$, $G_n = G_n \cup \{et'\}$
 - ▶ Si $et' \cap F \neq \emptyset$ alors $F' = F' \cup \{et'\}$
 - ▶ Ajout de la transition $et = \Psi'(et', ev)$

Exemple d'automate indéterministe



Definition

Soit $M_C(G)$ un ensemble de motifs et
 $A = \langle Et, F, Ev, \Psi, q_0 \rangle$ un automate à reconnaissance de
motifs. L'automate A permet de reconnaître les motifs de
 $M_C(G)$ ssi

1. $G \subseteq Ev^*$
2. $(u_1 \cdots u_n) \in M_C(G) \leftrightarrow$ Il existe au moins une configuration où l'automate après avoir été initialisé à l'état q_0 puis soumis aux événements u_1, \cdots, u_n se trouve dans un état e tel que $e \in F$.

Théorème

Les mots d'un langage de type 3 (régulier ou rationnel) sont reconnaissables par un automate d'états finis à reconnaissance de motifs. Un automate d'états finis à reconnaissance de motifs définit de façon unique un langage de type 3.

Exemple d'application

Analyse lexicale de l'affectation numérique

Une grammaire $G = \langle T, N, \text{mot}, P \rangle$ peut être définie par :

- ▶ $T = \text{lettre} \cup \text{chiffre} \cup \{+, -, *, /, =, .\}$
- ▶ $N = \{\text{mot}, \text{nombre}, \text{opérateur}, \text{nombre}, \text{identifiant}\}$
- ▶ $P = \left. \begin{array}{ll} \text{mot} \rightarrow \text{opérateur}, & \text{opérateur} \rightarrow + | - | * | / | =, \\ \text{mot} \rightarrow \text{nombre}, & \text{nombre} \rightarrow (\text{chiffre}^+)|(\text{chiffre}^+).(\text{chiffre}^+), \\ \text{mot} \rightarrow \text{identifiant}, & \text{identifiant} \rightarrow \text{lettre} | \text{identifiant}(\text{lettre} | \text{chiffre}) \end{array} \right\}$

Langage reconnaissable par l'automate suivant :

Evènement Etat avant	a..z A..Z	0..9	+ - / *	=	.	◇
debut	identifiant	entier	opérateur	affect		debut
identifiant	identifiant	identifiant				identifiant
entier		entier			point	nombre
point		réel				point
réel		réel				nombre
opérateur						opérateur
affect						affect

Analyse lexicale pour l'affectation numérique

