

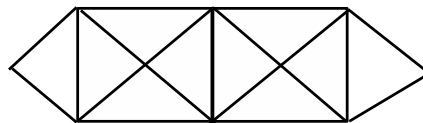
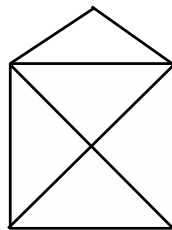
Théorie des graphes T.D. N° 4

16 février 2009

Tournées eulériennes et hamiltoniennes

Exercice 1 Exercices de réchauffement :

1. Est-ce qu'il y a une solution du problème des ponts de Königsberg ? Justifier.
2. Par quel sommet faut-il commencer pour dessiner chacune des figures suivantes avec un seul et unique trait. Justifier.



Exercice 2 Montrer que si un graphe G n'a pas de sommets de degrés impairs, alors son ensemble d'arêtes peut être partitionné en classes dont chacune est l'ensemble des arêtes d'un cycle élémentaire.

Exercice 3 Soit un graphe simple G tel que $n \geq 3$ et $\delta \geq \frac{1}{2}$ (δ étant le degré minimal de G).

1. Sans utiliser vos connaissances de ce cours, démontrer qu'il existe un cycle élémentaire dans G .
2. Démontrer que ce graphe est hamiltonien (théorème de Dirac).

Exercice 4 On considère l'algorithme glouton pour le PVC. Cet algorithme consiste à faire qui suit : choisir une ville de départ, aller chaque fois à la ville la plus proche non encore visitée, puis à la fin revenir à la ville de départ.

1. Appliquer cet algorithme à l'exemple du cours, en considérant les six cas possible de départ.
2. Comparer les résultats obtenus entre eux et avec le résultat de l'algorithme ϵ -approché.
3. Proposer une (ou plusieurs) représentations de graphe adaptées pour cet algorithme, ainsi que pour l'algorithme ϵ -approché.

Exercice 5 Appliquer à l'instance du PVC géographique sur six villes : A,B,C,D,E,F, définie par le tableau de distances suivant, la méthode de résolution approchée vue en cours.

	A	B	C	D	E	F
A	-	5.0	12.5	16.5	25.0	14.0
B	5.0	-	11.5	13.5	24.5	16.0
C	12.5	11.5	-	7.0	13.0	9.5
D	16.5	13.5	7.0	-	15.5	16.5
E	25.0	24.5	13.0	15.5	-	14.0
F	14.0	16.0	9.5	16.5	14.0	-