Théorie des graphes T.D. N^o 2

1er février 2009

Les arbres

Exercice 1 Déterminer tous les arbres ayant six sommets (il y en six).

Exercice 2 Montrer qu'un arbre a au moins Δ sommets pendants (Δ étant le degré maximal).

Exercice 3 Démontrer le théorème I.

Exercice 4 Montrer qu'une arête e d'un graphe connexe G appartient à tout arbre couvrant de G ssi e est un isthme de G. Montrer que e n'appartient à aucun arbre couvrant ssi e est une boucle de G.

Exercice 5 Démontrer le lemme d'échange fort.

Exercice 6 Un élément $T \in \tau_G$ est un minimum absolu si pour tout élément $T' \in \tau_G$ on a $v(T') >= v(T)$. T est un minimum local si pour tout élément $T' \in \tau_G$ voisin de T on a $v(T') >= v(T)$. Démontrer que dans τ_G, un minimum local est un minimum absolu.

Exercice 7 A partir des résultats obtenus de l'exercice suivant, démontrer que l'algorithme de Kruskal converge vers un arbre couvrant minimum.