

Cartouche du document

Année : ING 1
Matière : Algorithmique II
Activité : Travail dirigé

Objectifs

Etudier les classes de problèmes de complexité P et NP.

Dans de nombreux cas, il est impossible de déterminer la solution à un problème algorithmique par une énumération exhaustive de l'ensemble des possibilités. En effet, pour des raisons de complexité cette énumération produit une explosion combinatoire rendant inutilisable (en temps ou en espace) ces algorithmes dits naïfs.

Plusieurs solutions existent pour remédier à ce problème :

- utilisations de méthodes exactes d'amélioration (diviser pour régner, certains algorithmes gloutons, ...)
- utilisation de méthodes approchées heuristiques, permettant d'obtenir rapidement une solution satisfaisante à défaut d'être optimale.

Dans ce TD, nous allons voir plusieurs de ces techniques en insistant particulièrement sur leur complexité algorithmique.

Sommaire des exercices

- 1 - Rendu de monnaie
- 2 - Voyageur de commerce

Corps des exercices

1 - Rendu de monnaie

Énoncé :

Un algorithme glouton est souvent utilisable lorsqu'il est possible d'effectuer un ensemble de choix afin d'obtenir la solution. Son principe est de toujours choisir le meilleur choix localement, sans jamais revenir sur ce choix, quitte à ne pas obtenir la solution optimale.

Question 1)

Énoncé de la question

On considère le problème consistant à rendre n centimes en utilisant le moins de pièces possibles.

Question 2)

Énoncé de la question

On considère le jeu de pièces 4, 3, 1. Montrer avec un contre-exemple que l'application de l'algorithme glouton ne donne pas une solution optimale.

Question 3)

Énoncé de la question

On considère le jeu de pièces 50, 20, 10, 5, 2, 1. On peut montrer que l'algorithme glouton donne toujours dans ce cas une solution optimale.

On vous demande intuitivement de trouver une justification en comparant ce jeu de pièces avec le jeu précédent.

2 - Voyageur de commerce

Énoncé :

Le problème du voyageur de commerce consiste à trouver un circuit de poids minimal qui passe par tous les points une seule fois exactement. Nous allons voir plusieurs heuristiques permettant d'obtenir des solutions approchées à ce problème.

Question 1)

Énoncé de la question

Méthode du plus proche voisin

L'algorithme le plus naïf pour construire un chemin hamiltonien est le suivant :

On part d'un sommet et à chaque étape on visite le sommet non encore visité le plus proche du dernier sommet placé dans le chemin.

Ecrire cet algorithme.

Question 2)

Énoncé de la question

Quelle est sa complexité ?

Question 3)

Énoncé de la question

Méthode d'insertion On va construire de proche en proche un chemin à l'aide d'un algorithme glouton. Etape 0 : On part d'un chemin réduit à un point. Etape i : On cherche un sommet j non encore visité et on l'accroche au sommet du chemin courant dont il est le plus proche.

Ecrire cet algorithme.

Question 4)

Énoncé de la question

Quelle est sa complexité ?