

Les arbres binaires de recherche

Les Tas

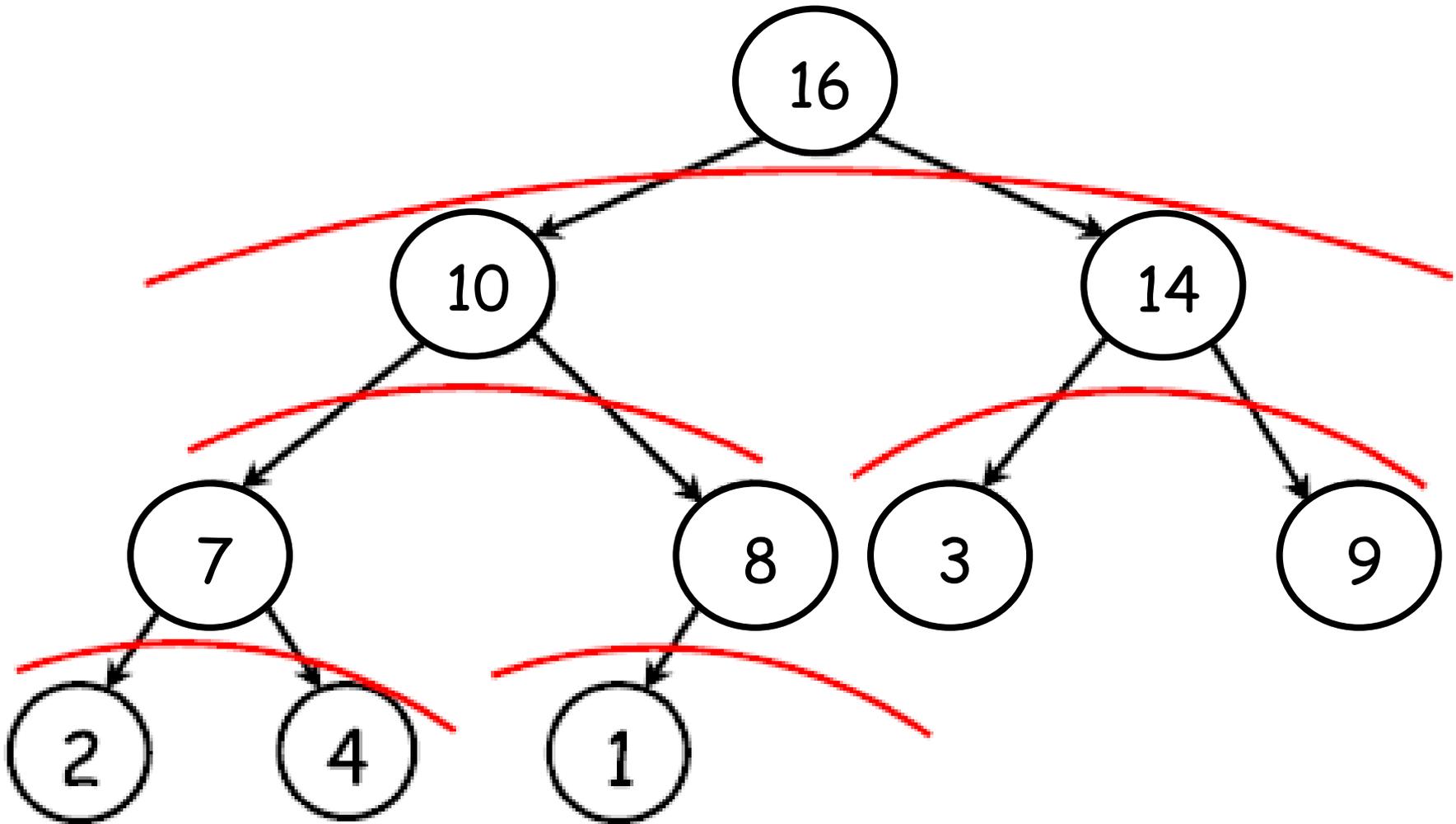


Tas

- Un tas est un arbre binaire qui vérifie
 - Il a une hauteur minimale : la différence maximum des profondeurs entre deux nœuds externes est 1
 - Il est tassé à gauche :
 - si n est un nœud interne n'ayant qu'un enfant alors c'est un enfant à gauche
 - si on note n_1 et n_2 deux nœuds internes de même profondeur. et si n_1 est à gauche de n_2 alors le nombre d'enfants de n_1 est supérieur ou égal à au nombre d'enfants de n_2 .
 - Les nœuds contiennent des clés telles que la valeur de la clé d'un nœud parent est strictement supérieure à la valeur des clés de ses enfants
 - La clé d'un enfant gauche est strictement inférieure à la clé d'un enfant droit.



Exemple de tas



Opérations sur un tas

- Insertion d'un élément
 1. On insère l'élément en créant l'unique feuille qui respecte la propriété "Tassé à gauche"
 2. On fait des échanges avec autant de parents que nécessaire pour respecter l'ordre des clés
- Suppression de la racine
 1. On cherche la dernière feuille créée
 2. On intervertit le contenu de cette feuille avec celui de la racine
 3. On supprime la feuille
 4. A partir de la racine on fait autant d'échanges que nécessaire pour respecter l'ordre des clés.



Complexité

- Chercher le maximum : $O(1)$
- Insérer un élément : $O(\log_2(n))$
- Supprimer un élément : $O(\log_2(n))$
- Bonne solution : très rapide et pas de "pire des cas"

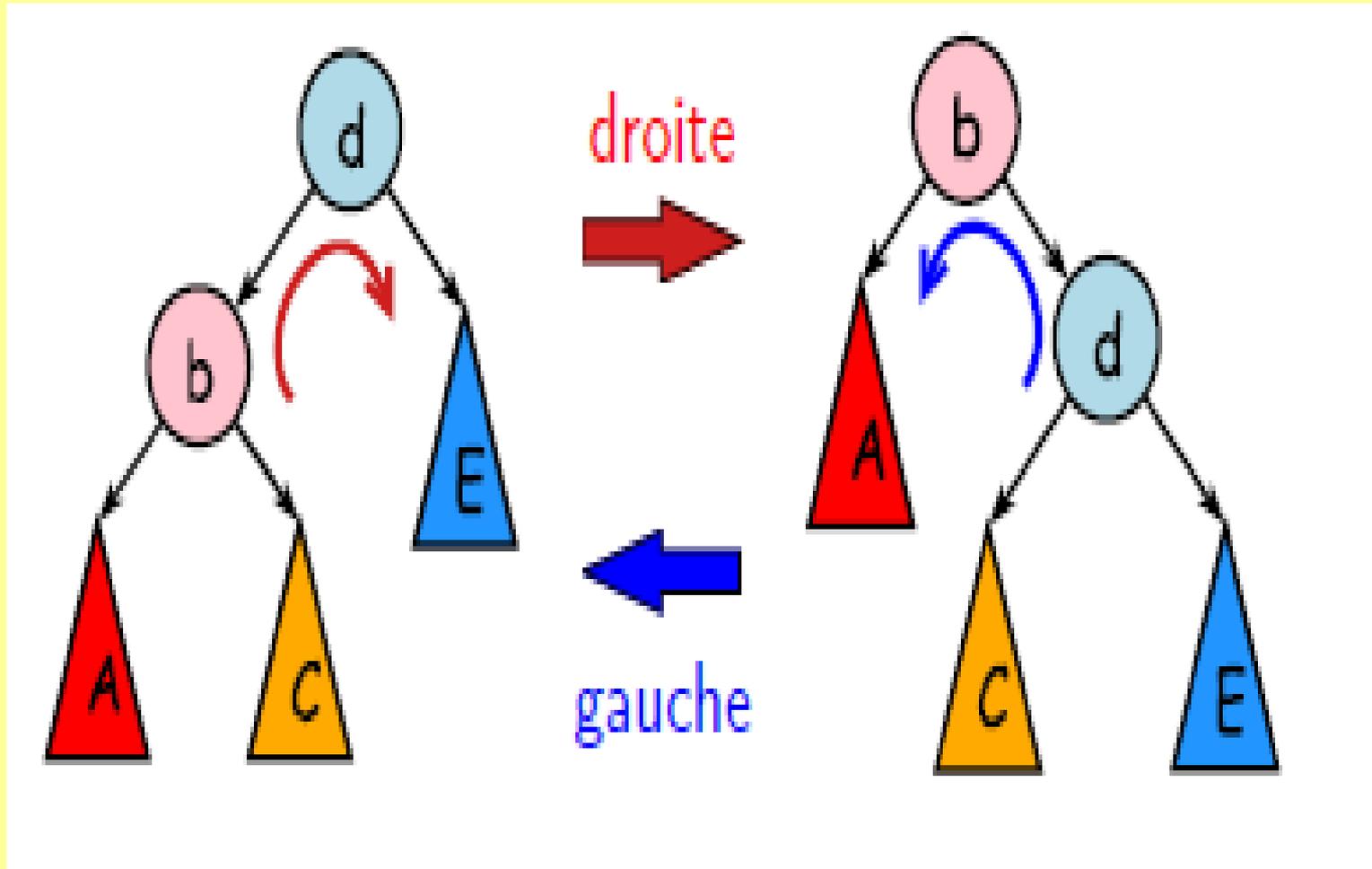


Rééquilibrage d'arbres binaires

- La bonne complexité d'un tas est principalement due à la propriété d'arbre équilibré.
- Il est donc intéressant de savoir un arbre
- Nous allons utiliser le principe des rotations gauche et droite



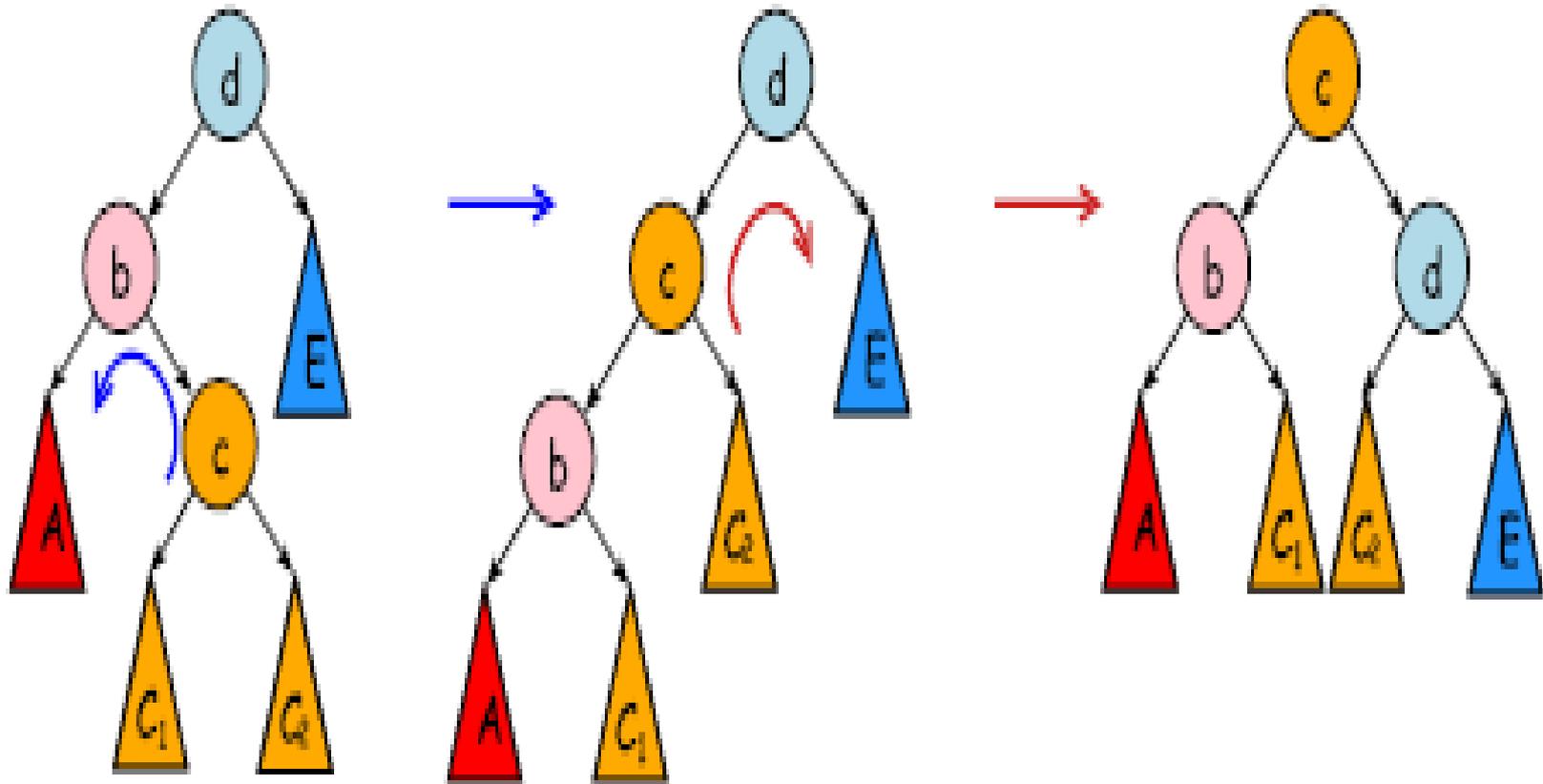
Rotations



1. **préservent l'ordre des clés**
2. **se réalisent en temps constant**



Rotations



1. une rotation gauche en c
2. une rotation droite à la racine



Principe de rééquilibrage

Soient A un arbre, G et D ses sous-arbres gauche et droit.

Supposons que $|H(G) - H(D)| = 2$

Si $H(G) - H(D) = 2$:

soient g et d les sous-arbres gauche et droit de G . Si $H(g) < H(d)$, on fait d'abord une rotation gauche de G . puis rotation droite de A .

Si $H(G) - H(D) = -2$, opérations symétriques.

