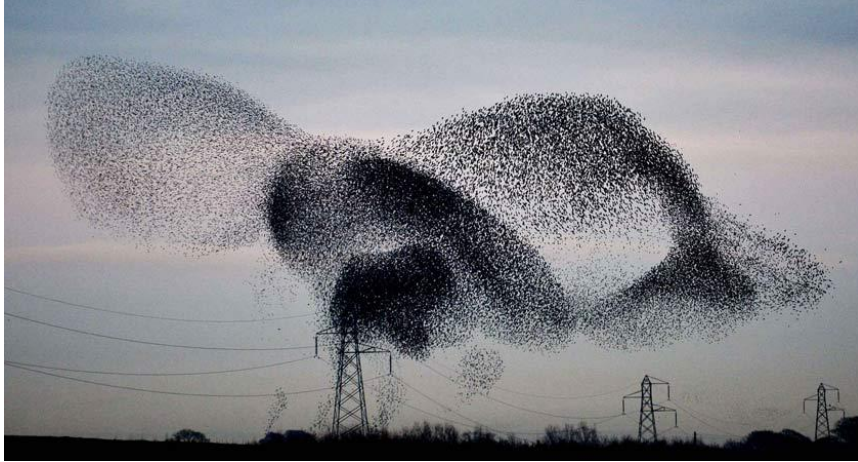


Optimisation stochastique - 3

L'Optimisation par Essaims Particulaires



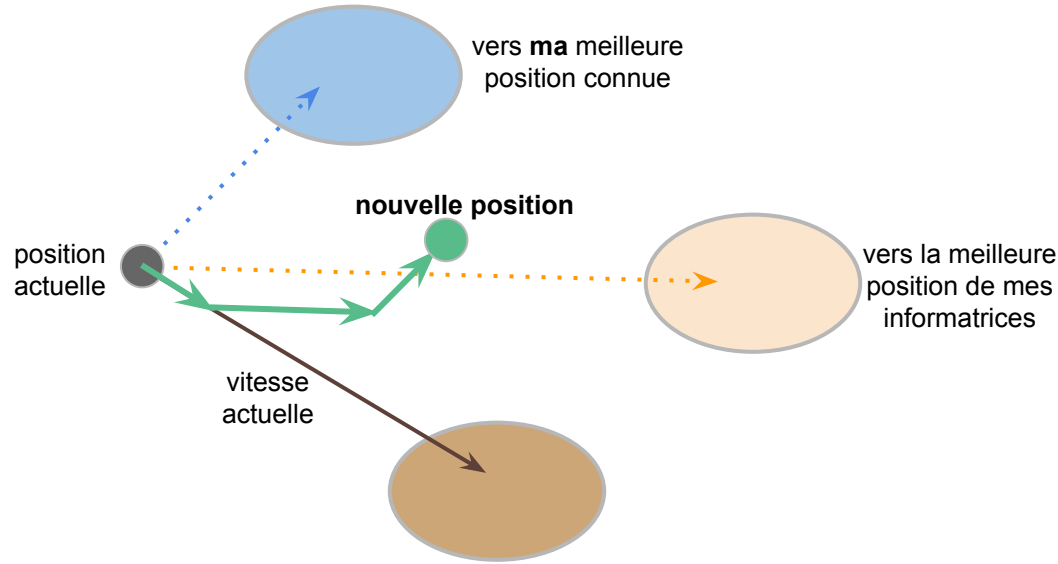
L'Optimisation par Essaims Particulaires (OEP)



Un peu d'histoire...

- Proposée “par hasard” par James Kennedy (socio-psychologue) et Russel Eberhart (ingénieur en électricité) en 1995 ;
- Algorithme multi-agents, adapté aux problèmes **continus** ;
- Population d'individus peu intelligents (possédant une **petite mémoire**) mais fortement **communicants** ;
- Basée sur l'imitation et non sur la sélection ;
- <http://www.swarmintelligence.org/>, <http://www.particleswarm.info/>, un [livre](#) de Maurice Clerc sur le sujet.

Optimisation par Essaims particulaires - La particule



OEP - La particule

Une particule connaît :

- Sa position actuelle et son évaluation ;
- Sa vitesse ;
- La meilleure position par laquelle elle est passée et son évaluation ;
- La composition de son voisinage d'informatrices ;
- La meilleure position de son voisinage d'informatrices et son évaluation.

OEP - La métaphore détaillée

Les concepts sous-jacents de la métaphore :

- Une particule : un candidat du problème et un peu plus... ;
- L'essaim : la population de particules ;
- La vitesse d'une particule : le vecteur de déplacement (perturbation du candidat) ;
- Le voisinage d'une particule : ensemble des particules échangeant de l'information avec celle-ci.

OEP - Principe

L'algorithme s'articule autour de deux itérations, parallélisables :

- Pour chaque particule, on met à jour les informations utiles au déplacement ;
- Pour chaque particule, on calcule la nouvelle vitesse et on effectue le déplacement.

OEP - Algorithme

```
initialisation de l'essaim de N particules
Répéter
    iter + 1
    Pour chaque particule Faire
        maj de sa meilleure position
        maj de la meilleure position du voisinage
    Fin Pour
    Pour chaque particule Faire
        calcul de la nouvelle vitesse
        déplacement de la particule
        évaluation de la nouvelle position
    Fin Pour
    mise à jour de la meilleure position globale
Jusqu'à critèreConvergence()
```


OEP - Vitesse et Déplacement

À chaque itération, on calcule la nouvelle vitesse V_{k+1} , compromis entre les 3 comportements et on déplace la particule X_k en fonction :

- $V_{k+1} = \psi V_k + \rho_1 (X_{pbest} - X_k) + \rho_2 (X_{vbest} - X_k)$
 - ψ : coefficient d'inertie, affine la convergence de la méthode ;
 - ρ_i : coefficients de confiance, modifient l'instinct de la particule, $\rho_i = r_i \cdot c_i$, avec r_i suit une loi uniforme sur $[0,1]$ et $c_1 + c_2 \leq 4$;
- $X_{k+1} = X_k + V_{k+1}$

OEP - Coefficients

Définir des valeurs efficaces de coefficients est le paramétrage sensible de la méthode. Ils définissent plusieurs types de comportement :

- **coefficient d'inertie** : je fais confiance à mon déplacement ;
- **coefficient social** : je fais confiance à mes informatrices ;
- **coefficient cognitif** : je fais confiance à ma mémoire ;
- **facteur de contrition** : coefficient introduit pour éviter la divergence hors de l'espace de recherche ;
- Il existe de nombreux papiers de recherche sur ce thème.

OEP - Coefficients

L'équation de la vitesse peut s'exprimer plus simplement sous la forme :

- $V_{k+1} = \psi V_k + c_{\max} * rand(0,1) (X_{pbest} - X_k) + c_{\max} * rand(0,1) (X_{vbest} - X_k)$
 - $c_1 = c_2 = c_{\max}$
 - avec $(\psi; c_{\max}) = (0.7; 1.47)$ ou $(0.8; 1.62)$: valeurs performantes de couple

En utilisant le facteur de contrition¹, un calcul de vitesse faisant consensus :

- $V_{k+1} = 0.7298844 V_k + 2.05 * rand(0,1) (X_{pbest} - X_k) + 2.05 * rand(0,1) (X_{vbest} - X_k)$

¹Clerc et Kennedy. 2002, "The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space", Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, n o 1, p. 58–73.

OEP - Caractéristiques de l'essaim

Le nombre de particules composant l'essaim et leur organisation en son sein sont deux paramètres de la méthode :

- Une taille d'essaim trop faible empêche une exploration convenable de l'espace de recherche ;
- Une taille trop importante n'améliore pas nécessairement la convergence et augmente le temps de calcul ;
- Une taille *modérée*, couplée à un nombre maximum d'itérations judicieux, conduit à un comportement efficace de l'algorithme ;
- La taille du problème influe néanmoins sur le nombre de particules ($10+2\sqrt{D}$: SPSO 2006, SPSO 2007).

OEP - Voisinage

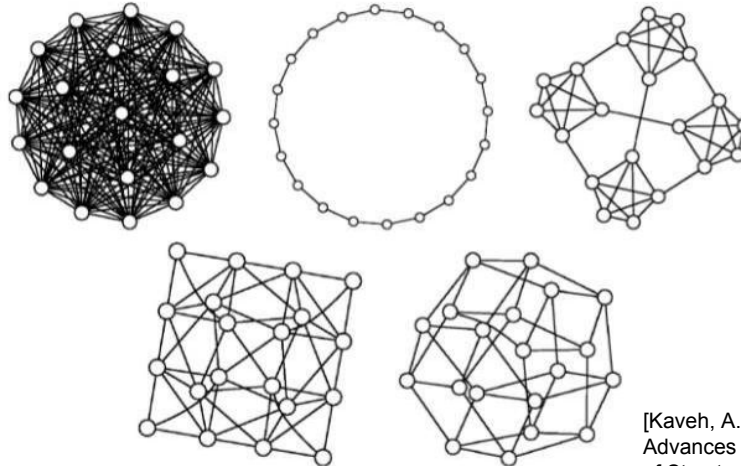
Plusieurs questions à se poser :

- Qui communique avec qui ?
- Quelle information est échangée ?
- Que faire de l'information ?
- Quand intervient l'échange ?

OEP - Topologie de voisinage

- Voisinage global : toutes les particules communiquent entre elles ;
- Voisinage "local/social" : chaque particule communique avec un sous-groupe, organisé en topologie particulière, par exemple :

Topologies Gbest, en anneau, four-clusters, Von Neumann et pyramide



[Kaveh, A. 2014, « Particle swarm optimization » , dans Advances in Metaheuristic Algorithms for Optimal Design of Structures, Springer]

OEP - Initialisation de l'essaim

Une métaheuristique multi-agents nécessite une initialisation qui propose une bonne couverture de l'espace de recherche :

- **Aléatoire** : on initialise les particules par un tirage aléatoire de leur position sur l'espace de recherche (pseudorandom, chaotic...);
- **Guidée** : il existe plusieurs stratégies pour “écarter” au maximum les solutions sur l'ensemble de l'espace de recherche:
 - division de l'espace de recherche ;
 - technique d'*opposition-based learning*
 - utilisation de séquences d'initialisation (Halton, Sobol...);
 - utilisation d'hypercubes latins ;
 -

OEP - Problème aux limites

Il existe plusieurs stratégies pour éviter de sortir des limites de l'espace de recherche :

- **Limiteur** : on introduit un paramètre V_{\max} qui contrôle le déplacement maximum de la vitesse ;
- **Ignorance** : la particule est laissée hors de l'espace de recherche et son évaluation n'est pas réalisée (ou fortement pénalisée) ;
- **Stop** : la particule est arrêtée aux limites de l'espace, on annule ou on oppose la vitesse ;
- **Rebond** : la particule rebondit vers l'intérieur de l'espace de recherche.

OEP - Critères de convergence

Permet de terminer l'algorithme selon plusieurs conditions :

- Le nombre d'évaluations atteint une limite. Ce nombre peut être ajusté en fonction du nombre de particules composant l'essaim ;
- Le temps d'exécution atteint une limite ;
- Il n'y a pas eu d'amélioration depuis un certain nombre d'itérations.

OEP - Discrétisation

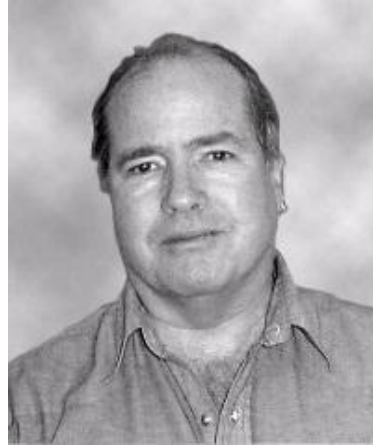
L'optimisation par essais particulaires est une métaheuristique adaptée aux problèmes continus. Néanmoins, elle est "adaptable" à des problèmes à variables discrètes en résolvant les problématiques suivantes :

- Comment définit-on une particule ?
- Que représente la vitesse ?
- Qu'est-ce que la distance entre deux particules ?
- Que représentent les opérations $*$, $+$, $-$?

OEP - Autres améliorations

Il existe de nombreuses améliorations de cet algorithme pour chacune de ses caractéristiques, notamment :

- *TRIBES* : l'essaim est divisé en sous-essaims communicants dont le nombre de particules les composant évolue au cours du temps ;
- *FIPS* : Le déplacement prend en compte la position de l'ensemble des particules de l'essaim et non plus de la meilleure ;
- *Bare Bones PSO* : Le déplacement est effectué selon une loi de probabilité suivant une distribution gaussienne dont les paramètres dépendent des meilleures valeurs personnelle et du voisinage ;
- De nombreuses autres !



That's all folks !