

Maths – Séance 2

Calcul de $\exp(1,37)$:

```
function f=factorielle(N)
    f=1;
    for i=1:1:N
        f=f*i;
    end
endfunction

function a=elementSerie(x,n)
    f = (factorielle(n));
    a = (x^n)/f;           // definition de la fonction
endfunction

function s=sommeSerie(x,eps)
    s=0;
    N=0;
    a=elementSerie(x,N);

    while abs(a)>eps
        s=s+elementSerie(x,N);
        N=N+1;
        a=elementSerie(x,N);
    end
endfunction

eps=0.0001; // valeur de EPSILON
x=1.37;     // valeur de X

t=sommeSerie(x,eps)
fct=exp(1.37)
e=t-fct
```

On reprendra la même structure pour les autres calculs. Les seuls changements apportés sont les données en gras, correspondant à la série étudiée, à la valeur de x et au degré de précision de epsilon.

Dans la suite du rapport, on présentera nos résultats sous la forme : t = résultat obtenu à l'aide de nos fonctions, fct = le résultat théorique donné par Scilab, et enfin e = marge d'erreur (différence entre t et fct) entre ces deux résultats (plus e est petit, plus notre résultat est précis et donc correct).

Dans le cas epsilon = 0,0001 :

```
-->t=sommeSerie(x,eps)
t = 3.9352965
-->fct=exp(1.37)
fct = 3.9353507
-->e=t-fct
e = - 0.0000542
```

Notre résultat est donc satisfaisant puisque l'écart est très petit (10^{-5}).

Pour epsilon = 0,1 :

t = 3.8837902
e = - 0.0515605

On remarque que le plus l'epsilon est grand, plus le résultat est imprécis.
L'écart est plus grand, on obtient un nombre d'ordre de grandeur de 10^{-2} ,

Pour epsilon = 0,001 :

t = 3.9349887
e = - 0.0003620

Comme nous l'avons déjà remarqué pour le calcul précédent, on trouve une précision inférieure au premier calcul mais supérieure au deuxième. Ici l'écart est de l'ordre de 10^{-4} .

Conclusion : Les résultats obtenus pour la série exponentielle sont cohérents avec nos attentes.

Calcul de sin(0,21466) :

```
function a=elementSerie(x,n)
    f = (factorielle(2*n+1));
    a = ( ((-1)^n) * (x^(2*n+1)) )/f;
endfunction
```

Pour epsilon = 0,0001 :

```
-->t=sommeSerie(x,eps)
t = 0.2130114
-->fct=sin(x)
fct = 0.2130152
-->e=t-fct
e = - 0.0000038
```

On obtient bien un résultat proche de la théorie.

Pour epsilon = 0,1 :

t = 0.21466
e = 0.0016448

La précision est très mauvaise. Pour n=1, l'élémentSerie est déjà supérieur à epsilon, donc la somme contient uniquement l'élément n=0.

Pour epsilon = 0,001 :

t = 0.2130114
e = - 0.0000038

Le résultat obtenu est identique à celui pour epsilon 0,0001. C'est-à-dire que la limite est atteinte rapidement.

Calcul de cos(0,21466) :

```
function a=elementSerie(x,n)
    f = (factorielle(2*n));
    a = ( ((-1)^n) * (x^(2*n)) )/f;
endfunction
```

Pour un epsilon = 0,0001 :

```
-->t=sommeSerie(x,eps)
t =0.9769605
-->fct=cos(x)
fct = 0.9770489
```

```
-->e=t-fct  
e = - 0.0000883
```

L'écart est très petit, donc la précision du résultat obtenue est très bonne.

Pour epsilon = 0,1 :

```
t = 1.  
e = 0.0229511
```

Le résultat est moins précis, de l'ordre de 10^{-2} .

Pour epsilon = 0,001 :

```
t = 0.9769605  
e = - 0.0000883
```

Le résultat obtenu est le même que pour un epsilon plus petit, c'est-à-dire, comme dans le cas du sinus, la fonction converge rapidement.

Conclusion : Dans le cas des séries cosinus et sinus, à partir d'un epsilon 0,001, le résultat est le même. On en déduit donc que ces séries convergent rapidement à partir d'un rang N atteint.

Calcul de $\ln(1,388)$

```
function a=elementSerie(x,n)  
// fonction a calculer  
a = ( ((-1)^(n+1)) * (x^(n)) )/n;  
endfunction
```

Pour un epsilon = 0,0001 :

```
-->t=sommeSerie(x,eps)  
t = 0.2911203  
-->fct=log(1+x)  
fct = 0.2911760  
-->e=t-fct  
e = -0,0000557
```

Le résultat est largement satisfaisant. L'erreur rencontrée est très petite.

Pour epsilon = 0,1 :

```
t = 0.338  
e = 0.0468240
```

La précision est loin du résultat obtenue juste avant. L'epsilon de l'ordre de 10^{-1} donne une précision de l'ordre de 10^{-2} .

Pour epsilon = 0,001 :

```
t = 0.2904866  
e = - 0.0006894
```

Le résultat de e paraît logique, plus petit que le deuxième et plus grand que le tout premier.

Conclusion : Les résultats obtenus pour la série logarithme sont cohérents avec nos attentes.

Conclusion générale : En comparant les marges d'erreurs pour plusieurs fonctions différentes, on observe que certaines convergent plus rapidement que d'autres. A partir d'un certain rang N, malgré un epsilon plus précis, on obtient des résultats identiques – donc la série converge à partir de ce rang N.