

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Exemples de rapport

THÈME : Séries

30 avril 2010

Table des matières

1 Introduction

Nous nous intéressons dans ce rapport au problème d'évaluation de valeurs numériques des fonctions élémentaires, telles que $\sin(x)$, e^x , $\ln(x)$ etc. Les seules opérations de calcul arithmétique que nous sommes capables d'effectuer manuellement sont les additions, soustractions, multiplications, divisions. Nous avons l'habitude d'utiliser les calculateurs numériques pour obtenir les valeurs numériques des différentes fonctions mathématiques. Or, les calculateurs, eux aussi, n'utilisent que les mêmes quatre opérations arithmétiques de base pour faire tous les calculs. Quels sont lors les algorithmes utilisés pour évaluer les fonctions mathématiques à partir des opérations arithmétiques de base ?

Dans la suite de ce rapport nous allons présenter d'abord les faits mathématiques qui permettent d'exprimer la plupart de fonctions élémentaires sous forme de séries particulières. Ensuite, nous allons déduire de ces faits une technique de calcul approché de ces fonctions. Enfin, nous allons présenter quelques résultats de nos expérimentations.

2 Les fonctions et les séries

Nous allons faire appel à la théorie des séries entières pour résoudre notre problème. En effet, une série entière a la particularité de s'exprimer uniquement à l'aide de sommes et de puissances d'un réel $x \in \mathbb{R}$:

$$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$$

Une telle série, si elle converge, peut être approchée par une somme partielle

$$S_N(x) = \sum_{k=0}^N a_k x^k$$

cette dernière peut être évaluée manuellement ou par un calculateur numérique. Il nous faut donc établir sous quelles conditions il est possible d'associer à une fonction donnée une série entière convergente.