
MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Séances 3-4. Annexe.

THÈME : Séries de Fourier

9 février 2010

Table des matières

1	Introduction	1
2	Séance 3. Annexe	2
2.1	Transformée de Fourier et les fréquences	2
2.2	Une fonction et sa série de Fourier	3
2.3	Transformée de Fourier discrète et techniques de compression	5
3	Séance 4. Equation de propagation de la chaleur	6

1 Introduction

Dans cette partie annexe nous allons aborder les applications de la transformée de Fourier à l'analyse fréquentielle des signaux.

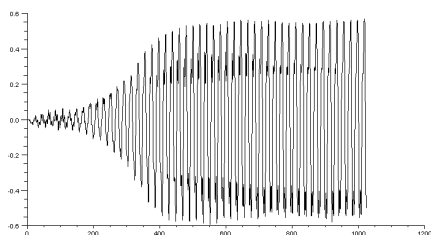


FIGURE 1 – son de flute

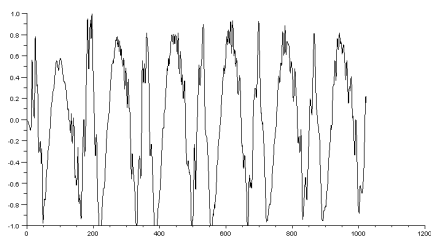


FIGURE 2 – son de bass

2 Séance 3. Annexe

2.1 Transformée de Fourier et les fréquences

Les sons que nous entendons sont des ondes qui se propagent dans l'air, par exemple, par les oscillations de la pression. Ce sont ces oscillations qui sont captées par l'oreille et transformées ensuite en signaux électriques arrivant jusqu'au cerveau. Ce sont les fréquences de ces oscillations qui déterminent notre perception des sons et nous permettent de les distinguer entre eux. Voici par exemple, deux ondes correspondantes aux sons de flute et de bass :

On peut considérer un signal comme une fonction de temps, $s(t)$. Si la durée du signal est finie, T on peut le considérer comme une fonction périodique de période T . Alors la série de Fourier d'une telle fonction peut être interprétée comme la décomposition du signal en somme de signaux particuliers,

$$\cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \text{ et } \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right)$$

Dans le cas de signal sonore il s'agit de représenter une onde complexe, de fréquence $\frac{1}{T}$ comme somme d'ondes simples, sinusoïdales, dont les fréquences sont des multiples de $\frac{1}{T}$.

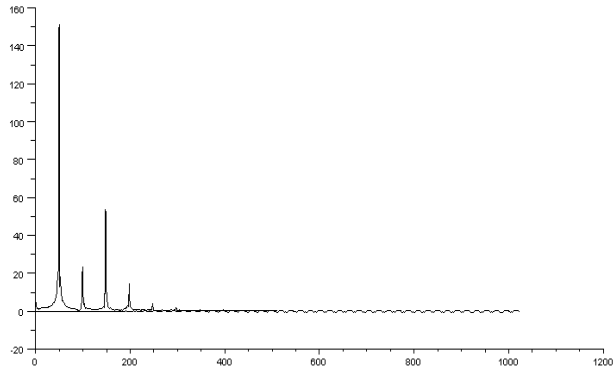


FIGURE 3 – son de flute

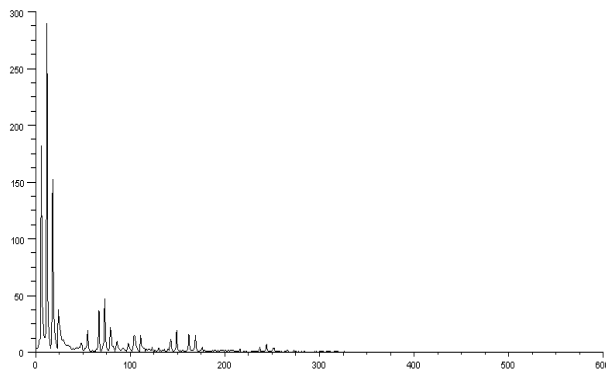


FIGURE 4 – son de bass

C'est cette décomposition en fréquences pures qui distingue un son de l'autre. On appelle l'ensemble de coefficients de Fourier d'un signal le **spectre de fréquences**. La représentation graphique de la suite de

$$|C_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

s'appelle le spectre d'amplitude. Elle permet de visualiser la composition d'un son en fréquences pures et étudier ses propriétés.

Par exemple, pour les deux signaux que nous avons cités ci-dessus voici les spectres :

La fréquence $\frac{1}{T}$ s'appelle la fondamentale. La grandeur des coefficients dans la décomposition reflète l'importance relative des fréquences correspondantes. Si la fréquence est petite, on dit que le son est bas. Si elle est grande on dit qu'il est haut. On peut ainsi "voir" les caractéristiques d'un son en observant son

spectre de fréquences. On remarquera alors que le son de bass est "bas" car composé essentiellement des fréquences basses et que le son de flûte est plus haut.

Problème 1. Synthèse de son

A l'aide de scilab on peut extraire des informations d'un fichier sonore au format WAV et enregistrer un tel fichier. Voici les commandes :

```
y=wavread('MonJoliSon.wav',[1 M] );// lit dans le fichier indiqué les M premiers échantillons  
wavwrite(y,'toto.wav');//enregistre le tableau y comme fichier wav
```

1. Vous trouverez sur AREL un fichier Scilab et deux fichiers son. Il s'agit d'enregistrements d'un même mot, pomme, prononcé par deux voix différentes. Le fichier scilab permet de lire les données des deux sons, les afficher, calculer les spectres et afficher également les spectres. exécutez le fichier et dites lequel des deux sons est plus grave. Ecoutez les et vérifiez votre analyse.
2. Mixez les deux sons, en calculant leur spectre moyen. Enregistrez. Ecoutez.
3. Amusez vous à transformer le spectre et observer le résultat sur le son.