



OSCILLATEURS MÉCANIQUES ET ÉLECTRIQUES

INGOUFF Christian et RENAUD Arthur

07 Juin 2013

Sommaire

1	Introduction	3
2	Mathématiques	4
2.1	Données initiales	4
2.2	Oscillateurs électrocinétiques	4
2.2.1	Equation différentielle	4
2.2.2	Facteur de qualité	5
2.2.3	$Q > \frac{1}{2}$: Régime pseudo périodique	5
2.2.4	$Q = \frac{1}{2}$: Régime critique	5
2.2.5	$Q < \frac{1}{2}$: Régime apériodique	6
2.3	Oscillateurs mécaniques	6
3	Interface et graphique	7
3.1	Interface	7
3.2	Graphique	8
4	Conclusion	10

Chapitre 1

Introduction

Le but de ce projet informatique est de permettre la visualisation de la réponse d'un oscillateur mécanique ou électrocinétique en régime forcé (sinusoïdal ou permanent).

Avant d'effectuer l'affichage de ces courbes, on a besoin de calculer de nombreux paramètres, et de résoudre des équations différentielles permettant d'obtenir l'équation de la courbe. Il a donc fallu mettre en application nos connaissances sur les équations différentielles acquises en maths et en physique ces deux dernières années.

Une fois ces nombreux calculs effectués sur papier, on va pouvoir les implémenter en ocaml, et commencer alors l'interface pour la rentrée des valeurs et l'affichage des graphiques.

Chapitre 2

Mathématiques

2.1 Données initiales

Nous demandons plusieurs données initiales à l'utilisateur, dépendant du type d'oscillateur choisi.

En cas d'un oscillateur électrocinétique, il est nécessaire à l'utilisateur d'entrer les valeurs de la résistance R en Ohm, de l'inductance L en Henry et de la capacité C en Farad des divers éléments du système.

Si nous travaillons avec un oscillateur mécanique, nous devons avoir les valeurs de la raideur k du ressort, de la masse m du système ainsi que du coefficient de frottement λ .

2.2 Oscillateurs électrocinétiques

2.2.1 Equation différentielle

Il nous fallait donc résoudre l'équation différentielle suivante pour permettre de calculer les données nécessaires à notre application :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2\lambda \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = A$$

On observe deux cas : Si le régime est forcé constant, alors A est une constante, et on a alors

$$U_{cp} = \text{constante}$$

Au contraire, si le régime est forcé sinusoïdal, alors $A = e \cos(\omega t)$ et

$$U_{cp} = \frac{\omega_0^2 e}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + (\frac{\omega \omega_0}{Q})^2}} \cos(\omega t + \phi)$$

2.2.2 Facteur de qualité

On pose le facteur de qualité Q tel que :

$$Q = \frac{\omega_0}{2\lambda} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

La valeur obtenue de Q par rapport à la valeur 1/2 nous donneras alors plusieurs cas donnant alors différents types de régimes suivants : pseudo-périodique, apériodique ou critique.

2.2.3 $Q > \frac{1}{2}$: Régime pseudo périodique

Dans ce cas, on se retrouve avec

$$u(t) = A \exp(-\lambda t) * \cos(\omega t + \phi) + U_{cp}$$

Pour trouver la constante A, on pose :

$$\begin{aligned} u(t=0) &= A + \cos(\phi) + U_{cp}(t=0) \\ \rightarrow A &= U_{cp}(t=0) + \cos(\phi) - u(t=0) \end{aligned}$$

2.2.4 $Q = \frac{1}{2}$: Régime critique

Dans ce cas, on se retrouve avec

$$u(t) = (At + B) \exp(-\omega_0 t) + U_{cp}$$

Pour trouver les constantes A et B, on pose :

$$\begin{aligned} u(t=0) &= B + U_{cp}(t=0) \\ \rightarrow B &= u(t=0) - U_{cp}(t=0) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} u'(t=0) &= -\lambda B + A + U'_{cp}(t=0) \\ A &= u'(t=0) + \lambda B - U'_{cp}(t=0) \end{aligned}$$

2.2.5 $Q < \frac{1}{2}$: Régime apériodique

Dans ce cas, on se retrouve avec

$$u(t) = A \exp((- \lambda + \Omega)t) + B \exp((- \lambda - \Omega)t) + U_{cp}$$

avec $\Omega^2 = \lambda^2 + \omega_0^2$;

On peut alors retrouver les constantes A et B, en posant :

$$u(t=0) = A + B + U_{cp}(t=0)$$

$$\rightarrow A = u(t=0) - B - U_{cp}(t=0)$$

et

$$u'(t=0) = (-\lambda + \Omega)A + B(-\lambda - \Omega) + U'_{cp}(t=0)$$

$$\rightarrow B = \frac{u'(t=0) - A(-\lambda + \Omega) - U'_{cp}(t=0)}{(-\lambda - \Omega)}$$

$$\rightarrow B = \frac{u'(t=0) - u(t=0) + B + U_{cp}(t=0)(-\lambda + \Omega) - U'_{cp}(t=0)}{(-\lambda - \Omega)}$$

$$\rightarrow B = \frac{u'(t=0) - u(t=0) + U_{cp}(t=0)(-\lambda + \Omega) - U'_{cp}(t=0)}{(-\lambda - \Omega)} \frac{\lambda + \Omega}{\lambda + \Omega + 1}$$

2.3 Oscillateurs mécaniques

Il existe une correspondance sur les données dans l'étude d'un oscillateur mécanique et électrocinétique. Pour effectuer les calculs afin d'obtenir les résultats sur les oscillateurs mécaniques, il nous suffit de faire les correspondances suivantes, et de remplacer alors dans les résultats trouvés précédemment sur les oscillateurs électrocinétiques.

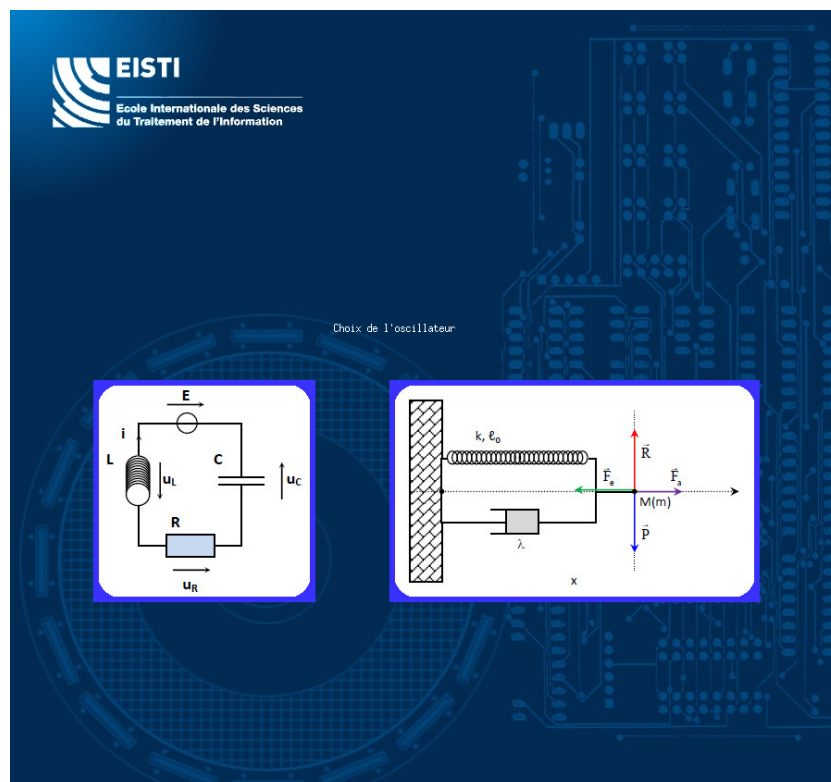
Analogie entre les oscillateurs mécaniques et électrique	
Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
$u_c(t)$: charge électrique (C)	$x(t)$: position (m)
$i(t)$: intensité (A)	$v(t)$: vitesse (m/s)
C : capacité (F)	$1/k$: raideur du ressort (N/m)
L : inductance (H)	m : masse (g)
R : résistance (Ohm)	λ : coeff de frottements
e : amplitude de la tension	e : amplitude de la force excitatrice

Chapitre 3

Interface et graphique

3.1 Interface

L'interface va permettre tout d'abord de choisir quel type d'oscillateur qu'on veut étudier : mécanique ou électrocinétique.



Choix du type d'oscillateur

Une fois le type d'oscillateur choisi, on va pouvoir entrer les paramètres propres de l'oscillateur choisi : k , m , λ , $x(0)$ et $v(0)$ pour un oscillateur

mécanique, $u_c(0)$, $i(0)$, C, L,R et e. Vous pouvez soit rentrer le paramètre directement dans la case associée, soit sélectionner avec votre souris la valeur de votre paramètre sur un curseur-barre. Les paramètres peuvent être modifiés tant que l'on n'a pas validé ces derniers.

Paramètre	Valeur
Masse du système	1,920 kg
Raideur du ressort	12,800 N/m
Coefficient de frottement	18,600
Position initiale	5,400 m
Vitesse initiale	24,000 m/s

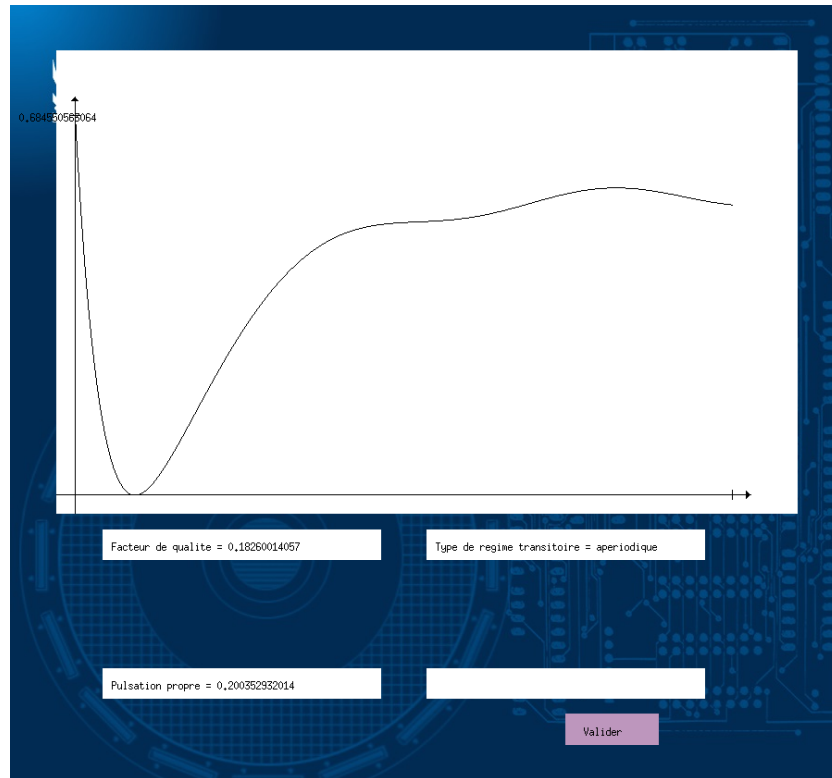
Rentrée des paramètres

Une fois les différents paramètres remplis, on valide alors notre choix pour passer sur une nouvelle page. On peut choisir alors le type de régime forcé que l'on veut étudier. Soit un régime forcé constant, où il faudra alors entrer la constante, soit un régime forcé sinusoïdal, ou en entrera l'amplitude (la tension pour l'oscillateur électrocinétique, la force excitatrice pour l'oscillateur mécanique) et la pulsation.

3.2 Graphique

Une fois tout les paramètres entré, on valide alors nos choix, et on arrive sur le graphique représentant la tension aux bornes d'un condensateur en fonction du temps pour un oscillateur électrocinétique. Pour un oscillateur mécanique, le graphique représentera l'élongation du ressort amorti en fonction du temps.

Deux graphiques sont affichés, le premier graphique représentant la réponse transitoire (sans second membre), l'autre la réponse complète (avec un second membre).



Graphique obtenu lors de la réponse complète

A côté de ce graphique, les caractéristiques de l'oscillateur seront visibles. On aura ainsi la valeur du facteur de qualité Q , la pulsation propre ω_0 , le type de régime transitoire, et la pulsation de résonance ω_0 .

Chapitre 4

Conclusion

Ce projet nous a permis d'appliquer nos connaissances en électrocinétique et physique pour l'étude des oscillateurs, ainsi que nos connaissances en mathématiques pour la résolution d'équation différentielle dans un cadre informatique.

De plus, il nous a permis d'apprendre à gérer les interfaces en ocaml, ainsi que le tracé de graphiques.

Ce projet nous a aussi de comprendre certains liens existants entre la physique et l'électrocinétique, nous permettant pour deux types d'oscillateurs complètement différent (circuit RLC et élongation d'un ressort), d'effectuer un seul et même calcul, après avoir effectué des relations entre les paramètres des deux types d'oscillateurs.